

1

Números naturales y teoría de números



Ya sabemos

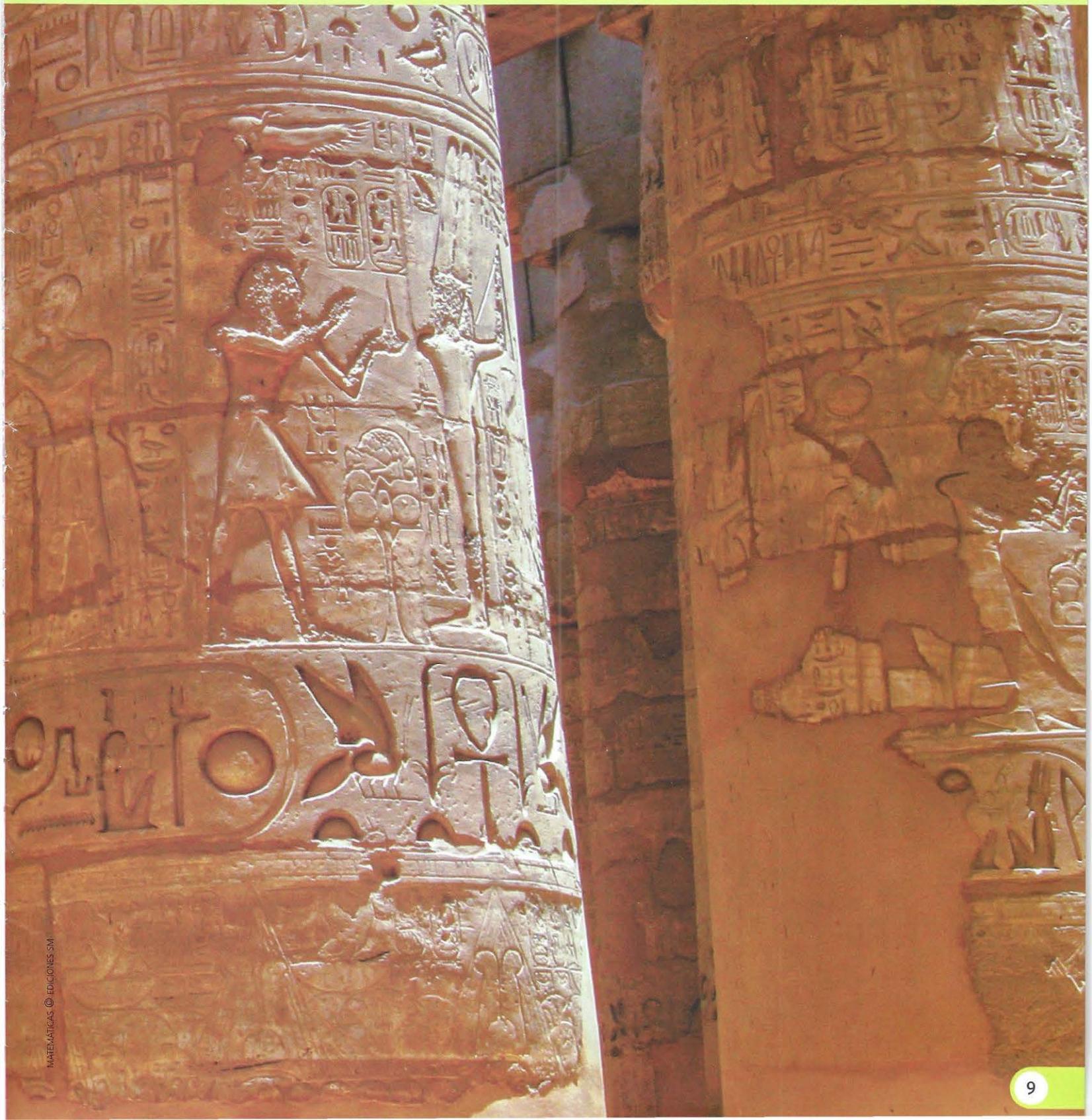
- Determinar la descomposición de números naturales.
- Identificar números primos y compuestos.

Vamos a aprender

- A identificar y aplicar los criterios de divisibilidad.
- A hallar el m. c. d. y el m. c. m.

Nos sirve para

- Para realizar conversiones entre fracciones y decimales.
- Para ubicar números enteros en la recta numérica.



1

Sistema de numeración decimal

Saberes previos

¿Cuántos grupos de 10 objetos se necesitan para completar 1 000?

Analiza

Según los historiadores, el sistema de numeración decimal surgió a partir del hecho de que las personas tienen diez dedos en las manos y siempre los han empleado para contar.



• Además de ser un sistema de base 10, ¿cuáles son otras características del sistema de numeración decimal?

Conoce

En el sistema de numeración decimal cualquier cantidad se puede escribir utilizando solo diez símbolos:



Diez unidades de un orden dado forman una unidad del orden inmediatamente superior.

- 10 unidades = 1 decena
- 100 unidades = 10 decenas = 1 centena
- 1 000 unidades = 10 centenas = 1 unidad de mil
- 10 000 unidades = 10 unidades de mil = 1 decena de mil

El sistema de numeración decimal es un sistema posicional que utiliza diez símbolos, o **dígitos**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 a partir de los cuales se puede escribir cualquier cantidad.

Ejemplo 1

A continuación se observa una tabla de valor posicional (Tabla 1.1). Esta permite determinar el valor de las cifras de un número.

Millones			Miles			Unidades		
Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
cM	dM	uM	cm	dm	um	c	d	u
10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

Tabla 1.1

De acuerdo con la tabla anterior, el número 814 372 468 tiene:

Millones			Miles			Unidades		
8 cM	1 dM	4 uM	3 cm	7 dm	2 um	4 c	6d	8 u

Por lo tanto, los valores correspondientes de las cifras de este número son:

$$\begin{aligned}
 8 \text{ cM} &= 8 \cdot 10^8 = 8 \cdot 100\,000\,000 = 800\,000\,000 \\
 1 \text{ dM} &= 1 \cdot 10^7 = 1 \cdot 10\,000\,000 = 10\,000\,000 \\
 4 \text{ uM} &= 4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 1\,000\,000 = 4\,000\,000 \\
 3 \text{ cm} &= 3 \cdot 10^5 = 3 \cdot 100\,000 = 300\,000 \\
 7 \text{ dm} &= 7 \cdot 10^4 = 7 \cdot 10\,000 = 70\,000 \\
 2 \text{ um} &= 2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 1\,000 = 2\,000 \\
 4 \text{ c} &= 4 \cdot 10^2 = 4 \cdot 100 = 400 \\
 6 \text{ d} &= 6 \cdot 10^1 = 6 \cdot 10 = 60 \\
 8 \text{ u} &= 8 \cdot 10^0 = 8 \cdot 1 = 8
 \end{aligned}$$

En el sistema de numeración decimal, un número se puede representar según la **posición de sus cifras**, como la **suma de los valores de sus cifras** y mediante su **desarrollo exponencial**.

Ejemplo 2

El número 74 305 se puede representar como sigue.

Según la posición de sus cifras

$$74\,305 = 7\text{ dm} + 4\text{ um} + 3\text{ c} + 0\text{ d} + 5\text{ u}$$

Como la suma de los valores de sus cifras

$$74\,305 = 70\,000 + 4\,000 + 300 + 0 + 5$$

Con su desarrollo exponencial

$$74\,305 = (7 \cdot 10^4) + (4 \cdot 10^3) + (3 \cdot 10^2) + (0 \cdot 10^1) + (5 \cdot 10^0)$$

Ejemplo 3

Se observa que:

$$\begin{aligned} &8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7 \\ &= 800\,000 + 30\,000 + 1\,000 + 40 + 7 = 831\,047 \end{aligned}$$

1.1 Lectura de números grandes

En el sistema de numeración decimal, las cifras de los números se organizan en órdenes, clases y periodos, conforme a lo que se observa en la Tabla 1.2.

Periodos	Billones			Millones			Unidades								
Clases	6.ª clase		5.ª clase	4.ª clase		3.ª clase	2.ª clase		1.ª clase						
Órdenes	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u

Tabla 1.2

Para leer un número se agrupan sus cifras de tres en tres, comenzando de derecha a izquierda, y se identifican las correspondientes clases y periodos.

Ejemplo 4

Escribe cómo se lee el número 572 648 703.

Se ubica el número 572 648 703 en una tabla de valor posicional (Tabla 1.3).

Millones			Miles			Unidades		
Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
5	7	2	6	4	8	7	0	3
Quinientos setenta y dos millones			seiscientos cuarenta y ocho mil			setecientos tres		

Tabla 1.3

Se lee: “quinientos setenta y dos millones seiscientos cuarenta y ocho mil setecientos tres”.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Escribe el valor relativo de las cifras que están resaltadas en cada número.

- | | |
|---------------|----------------|
| a. 679 065 | b. 21 056 021 |
| c. 3 707 611 | d. 29 100 297 |
| e. 76 023 929 | f. 83 002 901 |
| g. 54 433 010 | h. 106 654 696 |

2 Encuentra el desarrollo exponencial de cada número.

- | | |
|---------------|---------------|
| a. 876 908 | b. 5 087 329 |
| c. 12 378 097 | d. 46 024 122 |
| e. 30 032 211 | f. 75 198 077 |

3 Identifica el número que corresponde a cada desarrollo exponencial. Luego, escríbelo.

- $4 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10$
- $6 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6$
- $8 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^3 + 10 + 4$
- $5 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 7$
- $6 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$
- $4 \cdot 10^{12} + 3 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^5 + 10^3$
- $2 \cdot 10^{10} + 3 \cdot 10^9 + 2 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 10$
- $2 \cdot 10^{14} + 3 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{11} + 2 \cdot 10^{10} + 10^9 + 3 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$
- $5 \cdot 10^{12} + 3 \cdot 10^{11} + 2 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^9 + 2 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 2$
- $3 \cdot 10^{13} + 7 \cdot 10^{11} + 4 \cdot 10^{10} + 5 \cdot 10^9 + 1 \cdot 10^8 + 9 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 7$

Razonamiento

4 Escribe cada número en el cuaderno como la suma de los valores de sus cifras.

- | | |
|------------|------------|
| a. 7 804 | b. 9 746 |
| c. 23 876 | d. 67 043 |
| e. 98 431 | f. 104 648 |
| g. 129 400 | h. 306 190 |

5 Escribe el número mayor y el número menor que se pueden formar con los dígitos de cada lista. Usa cada cifra una única vez.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a. 5, 9, 3, 1 | b. 9, 6, 2, 8, 1 |
| c. 5, 1, 3, 9, 7, 6 | d. 7, 2, 4, 1, 3, 9 |
| e. 8, 1, 4, 6, 7, 3 | f. 6, 5, 8, 4, 2, 0 |

6 Indica cómo se escribe cada número. Luego, representa su desarrollo exponencial.

- Tres millones ochocientos mil tres.
- Doce millones tres mil doscientos uno.
- Quince millones trescientos un mil treinta y uno.
- Un millón doscientos tres mil doce.
- Siete millones un mil uno.

7 Califica cada enunciado como verdadero (V) o falso (F).

- En el sistema de numeración decimal un número se puede representar únicamente mediante su desarrollo exponencial.
- El sistema de numeración decimal es un sistema solo multiplicativo.
- En el sistema de numeración decimal cada cifra tiene un valor diferente dependiendo del lugar que ocupe en un número.

8 Escribe en letras cada número.

- | | |
|------------------|------------------|
| a. 12 767 965 | b. 26 876 643 |
| c. 38 032 100 | d. 50 765 987 |
| e. 85 200 200 | f. 99 298 109 |
| g. 128 765 277 | h. 159 025 932 |
| i. 4 987 532 100 | j. 8 158 502 372 |

9 Identifica el número correspondiente a cada enunciado. Luego, escríbelo.

- Cuatro decenas de millón.
- Treinta unidades de billón.
- Dos millones quinientos veinticinco mil seiscientos treinta y cuatro.
- Doscientos sesenta y tres millones doscientos sesenta y tres mil ochocientos setenta y ocho.

Razonamiento

- 10 Lee y escribe cada número. Determina cuál es el mayor y cuál es el menor de todos.
- Cuarenta y cinco millones setecientos veinticinco mil treinta y dos.
 - Doscientos noventa y tres millones ochocientos cuarenta mil trescientos uno.
 - Setecientos cuarenta y cinco mil millones doscientos veinticuatro mil cuatro.
 - Mil cuarenta y cuatro millones ciento veinticinco mil trescientos dos.
 - Un millón veintiocho.
- 11 Usa los dígitos del 1 al 9 una sola vez para formar el número más grande y el más pequeño que se puedan con estos. Después, haz lo que se indica.
- Escribe cómo se lee cada uno de los números que formaste.
 - Indica el valor relativo del 8 en cada uno de los dos números que escribiste.
- 12 Retoma los números que construiste en la actividad 11 y resuelve cada pregunta.
- Si se aumenta el número mayor en veinte millones, ¿cuál número resulta?
 - Si se disminuye en cinco millones el número menor, ¿qué número se obtiene?
 - ¿Cuál es la diferencia entre los números que acabas de construir?
- 13 Lee la información de la Tabla 1.4. Luego, complétala expresando cada cantidad en hectómetros cuadrados.

Continente	Extensión en kilómetros cuadrados	Extensión en hectómetros cuadrados
América	42 000 000	
Europa	10 000 000	
África	30 000 000	
Oceanía	9 000 000	
Asia	44 000 000	
Antártida	14 000 000	

Tabla 1.4

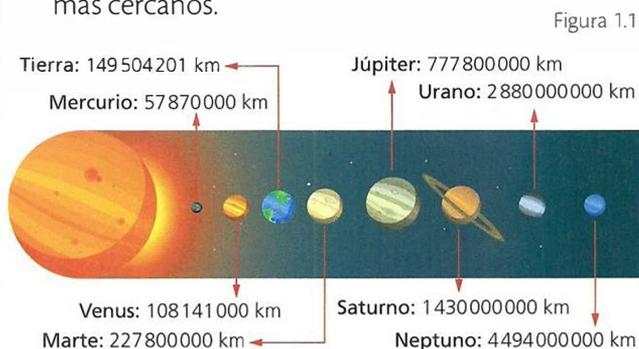
Resolución de problemas

- 14 Lee la siguiente información y escribe cada dato resaltado en su notación desarrollada y en palabras.

Entre 2000 y 2005, Brasil perdió 3 103 000 hectáreas de bosque al año. El planeta perdió **745 000** hectáreas de bosque cada día en esos mismos años, el equivalente a **37 000** campos de fútbol.

Evaluación del aprendizaje

- i Resuelve cada situación.
- El dígito de las decenas de mil de un número de cinco cifras es 6, y el de las unidades es 8. El dígito de las decenas es 0. El de las unidades de mil es el único número par que es primo. Si los dígitos del número suman 20, ¿cuál es el número?
 - Si se aumenta en 3 centenas el número 24 578, ¿qué número se obtiene?
- ii Escribe cómo se lee cada una de las distancias del Sol a los planetas (dadas en kilómetros en la Figura 1.1) y decide cuáles dos planetas vecinos son los más cercanos.



Educación ambiental

De las 54 871 especies de flora que tiene nuestro país, 22 840 corresponden a especies de orquídeas, de las cuales 1 543 son endémicas. Escribe el desarrollo exponencial de cada número. ¿Por qué crees que Colombia es considerado un país megadiverso?