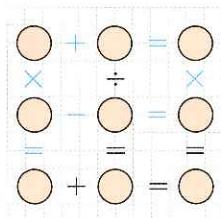


Saberes previos

Si el triple de un número es 18, ¿cuál es el número?

Analiza

Observa el siguiente esquema.



- Escribe en cada círculo un número entre 1 y 5 (todos salvo uno se usan dos veces), de forma que se cumplan todas las igualdades.

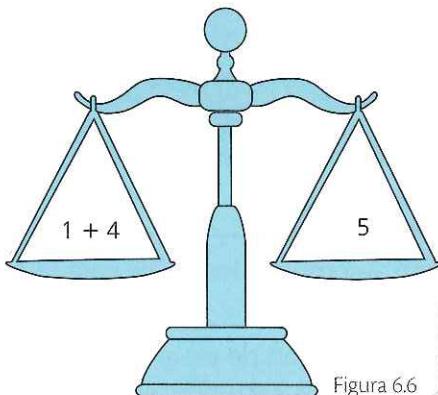


Figura 6.6

Conoce

4.1 Igualdades

Para solucionar el reto se utilizan igualdades.

En forma horizontal se verifica que:

$$1 + 4 = 5$$

$$3 - 2 = 1$$

$$3 + 2 = 5$$

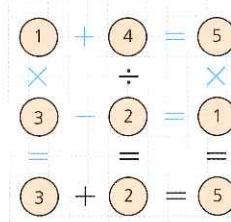
En forma vertical se tiene que:

$$1 \cdot 3 = 3$$

$$4 \div 2 = 2$$

$$5 \cdot 1 = 5$$

Por tanto, el problema se resuelve de esta forma:



Una **igualdad** es una relación entre dos expresiones matemáticas que representan el mismo valor. Las igualdades tienen dos miembros separados por el signo igual ($=$).

Una igualdad actúa como una balanza en equilibrio, como se sugiere en la Figura 6.6.

Ejemplo 1

Los siguientes son ejemplos de igualdades matemáticas. En todos se obtiene 16 utilizando diferentes operaciones.

$$8 \cdot 2 = 16$$

$$5 + 5 + 6 = 16$$

$$32 \div 2 = 16$$

4.2 Propiedades de las igualdades

- Al adicionar o sustraer la misma cantidad en ambos miembros de una igualdad, la igualdad se conserva.
- Al multiplicar o dividir ambos miembros de una igualdad por la misma cantidad (diferente de cero), la igualdad se conserva.

Ejemplo 2

Dada la igualdad $15 + 3 = 18$, al adicionar 6 en ambos miembros de la igualdad las expresiones obtenidas siguen siendo iguales.

$$15 + 3 + 6 = 18 + 6$$

$$24 = 24$$

Al multiplicar por 2 ambos miembros de la igualdad, esta se conserva.

$$2 \cdot (15 + 3) = 2 \cdot 18$$

$$2 \cdot 15 + 2 \cdot 3 = 36$$

$$30 + 6 = 36$$

$$36 = 36$$

4.3 Ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad en la cual hay términos conocidos y términos desconocidos. El término desconocido se llama **incógnita** y se representa generalmente por letras minúsculas del abecedario.

La ecuación se resuelve cuando se encuentra el valor o los valores de la o las incógnitas que hacen verdadera la igualdad. Este valor recibe el nombre de **solución**.

Ejemplo 3

La igualdad $x + 25 = 36$ es una ecuación porque uno de sus términos es desconocido. La incógnita en este caso está representada por la letra x .

Al reemplazar la incógnita por 11 se verifica la igualdad $11 + 25 = 36$, lo que significa que $x = 11$ es la solución de la ecuación.

4.4 Ecuaciones aditivas y ecuaciones multiplicativas

Existen dos tipos de ecuaciones: aditivas y multiplicativas.

- Las ecuaciones aditivas tienen alguna de las siguientes formas:

$$a + x = b$$

$$x - a = b$$

$$a - x = b$$

- Las ecuaciones multiplicativas tienen alguna de las siguientes formas:

$$a \cdot x = b$$

$$x \div a = b$$

$$a \div x = b$$

Ejemplo 4

La ecuación $x + 15 = 30$ es aditiva, mientras que la ecuación $3 \cdot y = 21$ es una ecuación multiplicativa.

Ejemplo 5

Para solucionar la ecuación $3 \cdot y = 21$, se divide por 3 en ambos miembros de la igualdad y se obtiene que $y = 7$.

Ejemplo 6

A continuación se muestra la solución de algunas ecuaciones.

a. $38 - m = 25$

$$38 - m + m = 25 + m$$

$$38 + 0 = 25 + m$$

$$38 - 25 = 25 + m - 25$$

$$38 - 25 = m + 0$$

$$13 = m$$

b. $3 \cdot b + 7 = 28$

$$b \cdot 3 + 7 - 7 = 28 - 7$$

$$(b \cdot 3) \div 3 = 21 \div 3$$

$$b = 7$$

4.5 Inecuaciones

Una **desigualdad** es una relación entre dos expresiones matemáticas que no representan el mismo valor. Las desigualdades tienen dos miembros separados por alguno de estos símbolos: $<$, $>$, \geq o \leq .

Una desigualdad que contiene al menos una variable se denomina **inecuación**.

Ejemplo 7

Expresiones como $4 > 3$; $6 < 10$, y $6 + 9 > 8$ son desigualdades, mientras que otras como $x + 7 > 12$; $7 < y$, y $5 + m > 13$ son inecuaciones.

Las **soluciones de una inecuación** son los valores que puede tomar la incógnita, de manera que al sustituirlos en la inecuación hacen que la desigualdad sea cierta.

Ejemplo 8

La inecuación $x + 7 > 12$ es cierta para todos los valores mayores que 5. Si se toma $x = 6$ por ejemplo, se tiene que $6 + 7 > 12$; pero si se toma un valor menor que 5, como por ejemplo 4, la desigualdad es falsa porque $4 + 7 < 12$.

La solución de esta inecuación se puede representar en una semirrecta numérica repasando con un color todos los valores mayores que 5, como se muestra en la Figura 6.7.

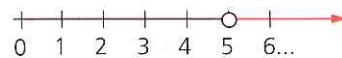


Figura 6.7

El círculo blanco sobre el 5 indica que este número no está incluido dentro de la solución.

Para resolver una inecuación se tienen en cuenta un par de reglas básicas:

Regla de la suma. Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número, se obtiene una inecuación equivalente.

Regla del producto. Si los dos miembros de una inecuación se multiplican o se dividen por un mismo número natural diferente de 0, se obtiene otra inecuación equivalente.

Ejemplo 9

Para solucionar la inecuación $5 + m > 13$, se resta 5 a lado y lado de esta, de manera que: $5 + m - 5 > 13 - 5$, de donde $m > 8$.

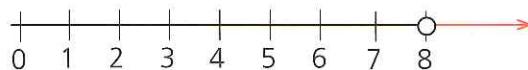


Figura 6.8

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Determina si cada igualdad es correcta.

- a. $45 + 27 = 31 + 36$
- b. $(3 \cdot 12) = (72 \div 2)$
- c. $4^3 = 8^2$
- d. $(256 \div 16) + 14 = 30 \cdot 10$

2 Resuelve cada ecuación y verifica su solución.

- | | |
|--|-------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> a. $23 + x = 52$ | b. $3 \cdot n = 51$ |
| c. $8 + y - 12 = 1$ | d. $5 \cdot p = 30$ |
| e. $50 = t - 1$ | f. $64 \div 8 + u = 30$ |
| g. $543 + 762 + h = 2653$ | h. $144 \div s = 12$ |

Comunicación

3 Resuelve cada inecuación y dibuja su solución sobre una semirrecta numérica.

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| a. $y + 8 > 11$ | b. $n - 12 > 20$ |
| c. $u + 8 \geq 16$ | d. $p + 5 \leq 10$ |
| e. $4 \cdot r + 5 \leq 9$ | f. $7 \cdot g - 4 > 10$ |

4 Escribe dos inecuaciones cuya solución sea la que se representa en cada semirrecta numérica.



Figura 6.9



Figura 6.10



Figura 6.11



Figura 6.12

Modelación

5 Escribe una ecuación que cumpla las condiciones dadas en cada caso.

- a. Su solución es $y = 24$.
- b. Es aditiva y su solución es 9.
- c. Su solución es $f = 14$ y su lado izquierdo es $5 + f$.

Razonamiento

6 Califica como verdadera (V) o falsa (F) cada afirmación.

- a. Las ecuaciones equivalentes tienen la misma solución.
- b. Las ecuaciones $g + 4 = 5$ y $g - 2 = 1$ tienen la misma solución.

Comunicación

7 Escribe y resuelve la ecuación que se deduce de cada gráfica.

a.  +  =  

Figura 6.13

b.  +  = 

Figura 6.14

Resolución de problemas

8 Luis quiere correr por lo menos 20 kilómetros cada semana. Representa gráficamente su recorrido semanal.

9 En una calle de la ciudad se permite manejar a 35 kilómetros por hora o menos. Usa la variable s para representar la velocidad en kilómetros por hora. Luego, escribe una inecuación que describa las velocidades permitidas. Finalmente, representa la solución de la inecuación.

Evaluación del aprendizaje

i Andrés interpretó el enunciado "cinco veces un número más dos es igual a 17" mediante la ecuación $5 \cdot (p + 2) = 17$. Por su parte, Adriana lo interpretó mediante la expresión $5 \cdot p + 2 = 17$.

- a. ¿Cuál de ellos hizo la interpretación correcta?
- b. ¿Cuál es la solución de la ecuación?

ii ¿En qué es diferente la representación gráfica de la solución de $y + 5 < 12$ con respecto a la de $y + 5 \leq 12$?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

Supón que cierta familia tiene ingresos mensuales por \$ 1 800 000 de los cuales ahorra el 10% para sus vacaciones. Modela esta situación con una ecuación y determina cuánto dinero ahorra la familia durante un año. ¿Cómo organiza tu familia su presupuesto para invertir en bienestar? ¿Por qué es importante hacer este tipo de inversiones?