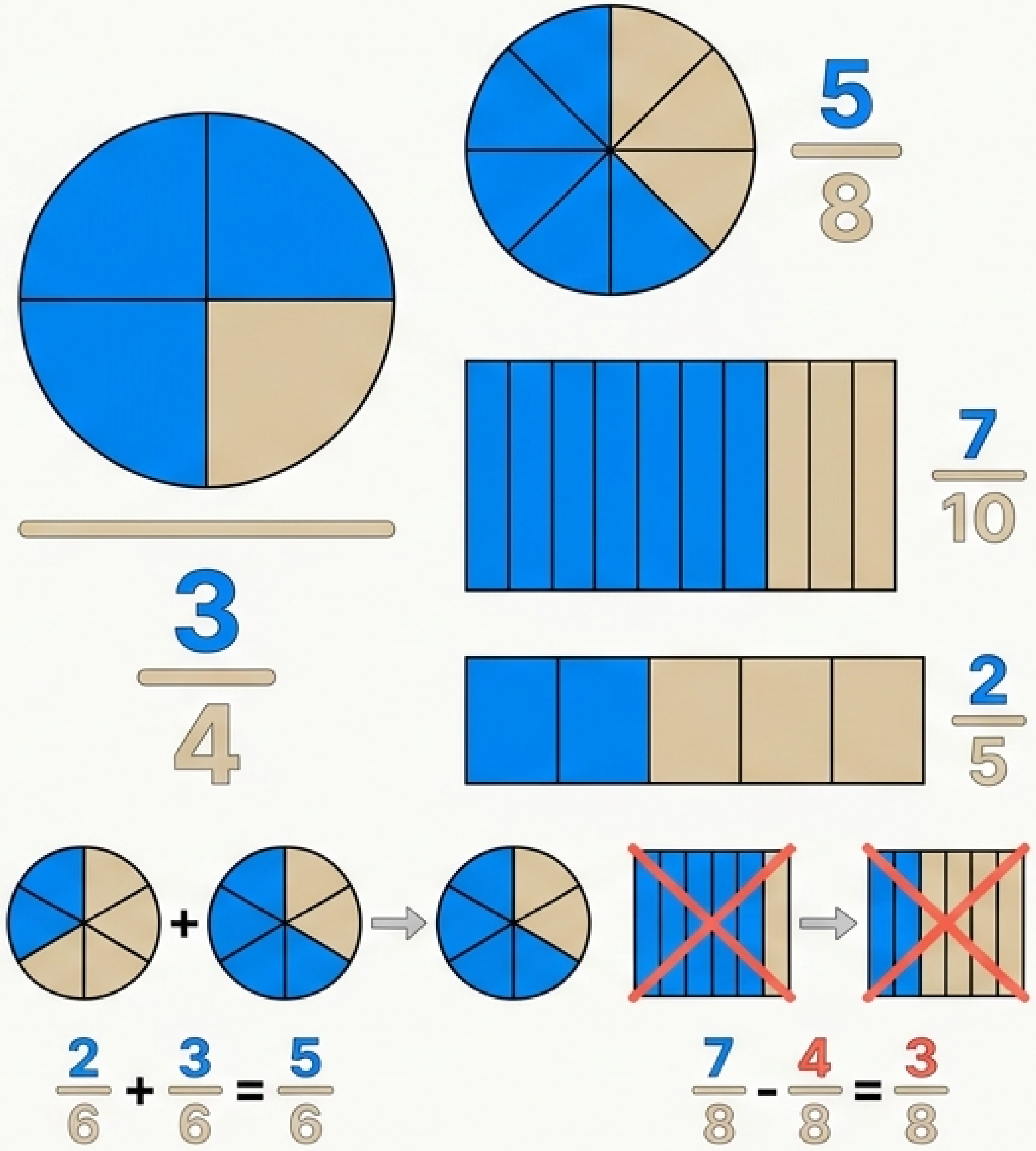
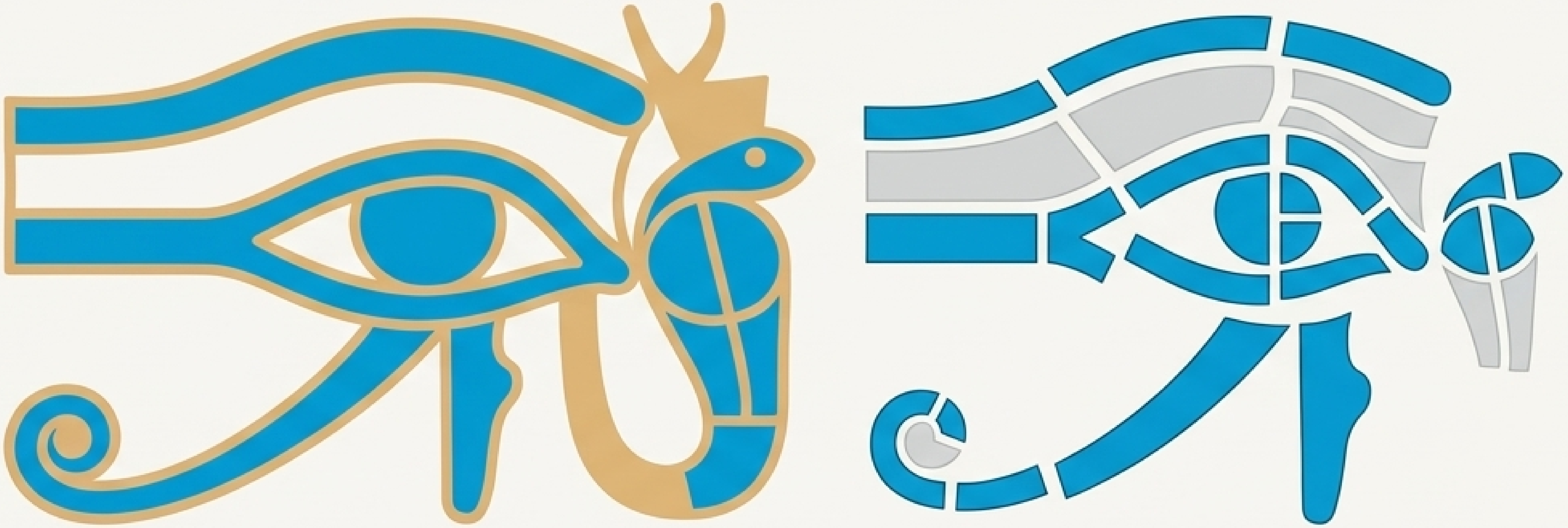
Matemáticas • Números Enteros y Fracciones

Adición y Sustracción de Fracciones

De la observación visual al dominio del algoritmo: una guía paso a paso.



¿Para qué nos sirve esta herramienta?



Ya sabemos	Vamos a aprender	En el mundo real
Resolver operaciones con números naturales y aplicar criterios de divisibilidad.	A efectuar operaciones de suma y resta con fracciones, y realizar conversiones entre fracciones y decimales.	Útil para efectuar operaciones con números enteros, medir ángulos, polígonos, y dividir recursos con precisión geométrica.

Todo comienza con la observación visual

Lina y David pidieron pizza.
David dejó 1/4 de su pizza y Lina dejó 2/4.
¿Qué parte dejaron entre los dos?

Si las porciones tienen exactamente el mismo tamaño (cuartos), la matemática es intuitiva: simplemente contamos cuántas partes tenemos en total.

Operaciones con el Mismo Denominador

La regla fundamental

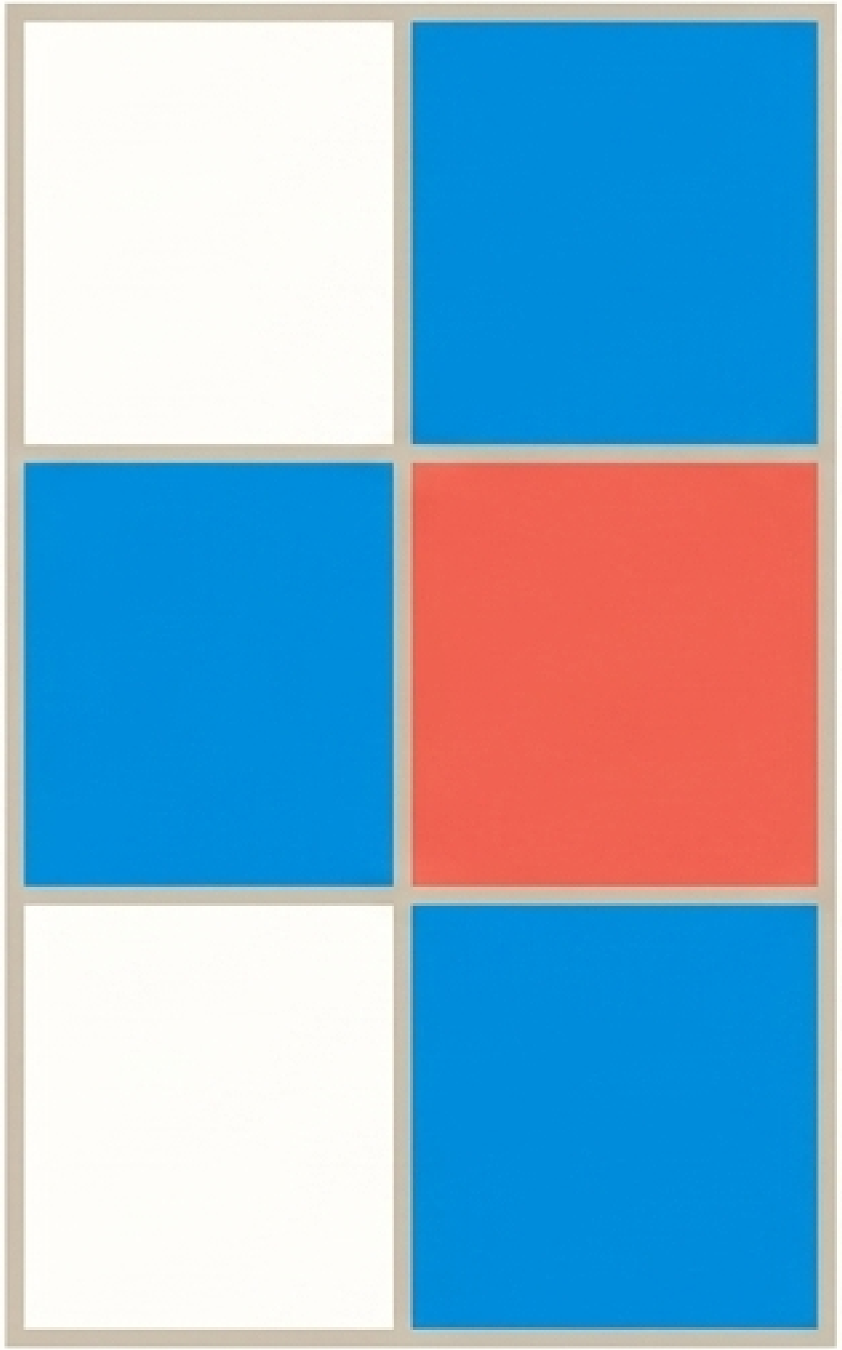
Para sumar o restar fracciones con el mismo denominador, se deja el mismo denominador y se operan los numeradores.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{(1+2)}{4} = \frac{3}{4}$$

El denominador no cambia

Aplicación práctica: El diseño del vitral

2/6 de un vitral se pintan de azul y 1/6 de rojo. ¿Qué parte queda sin pintar?



Paso 1 - Sumar las partes pintadas:

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6}$$ (Mitad del vitral)

Paso 2 - Restar del total:

El vitral completo es **6/6**.
Le restamos la parte ya pintada:

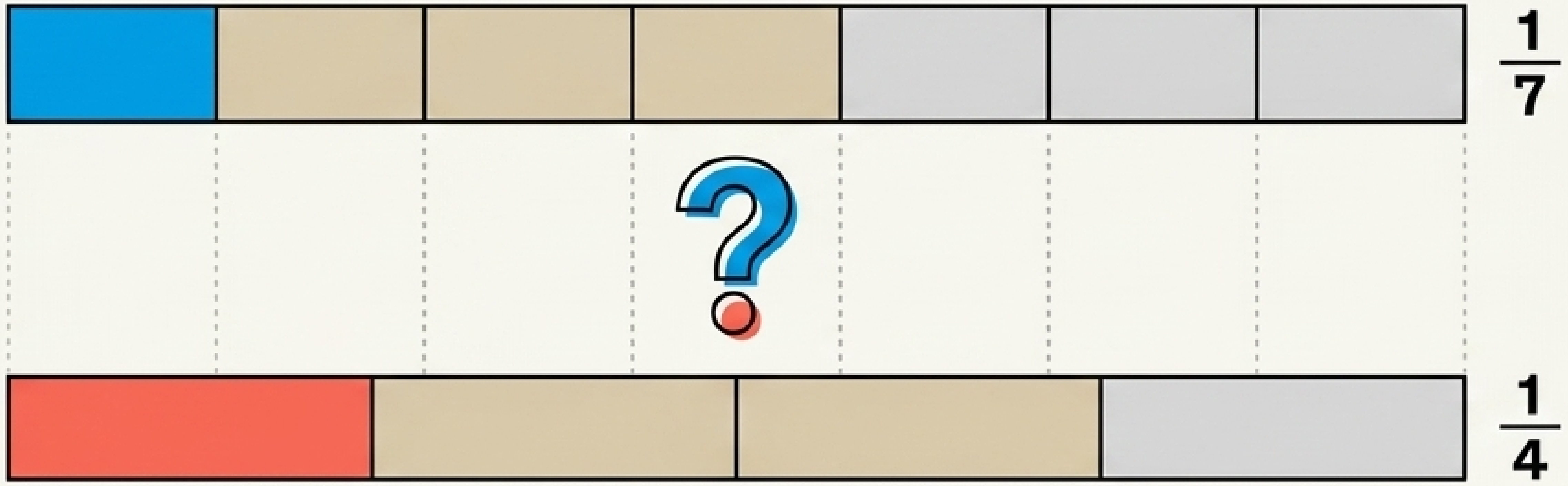
$$\frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$$

Conclusión: Una sexta parte ($^{3}/_{6}$, simplificado a 1/2) del vitral quedó sin color.

¿Qué pasa cuando los tamaños no coinciden?

El reto del distinto denominador

Intenta resolver la siguiente operación: 6/7 + 1/4 - 1/2 = ?



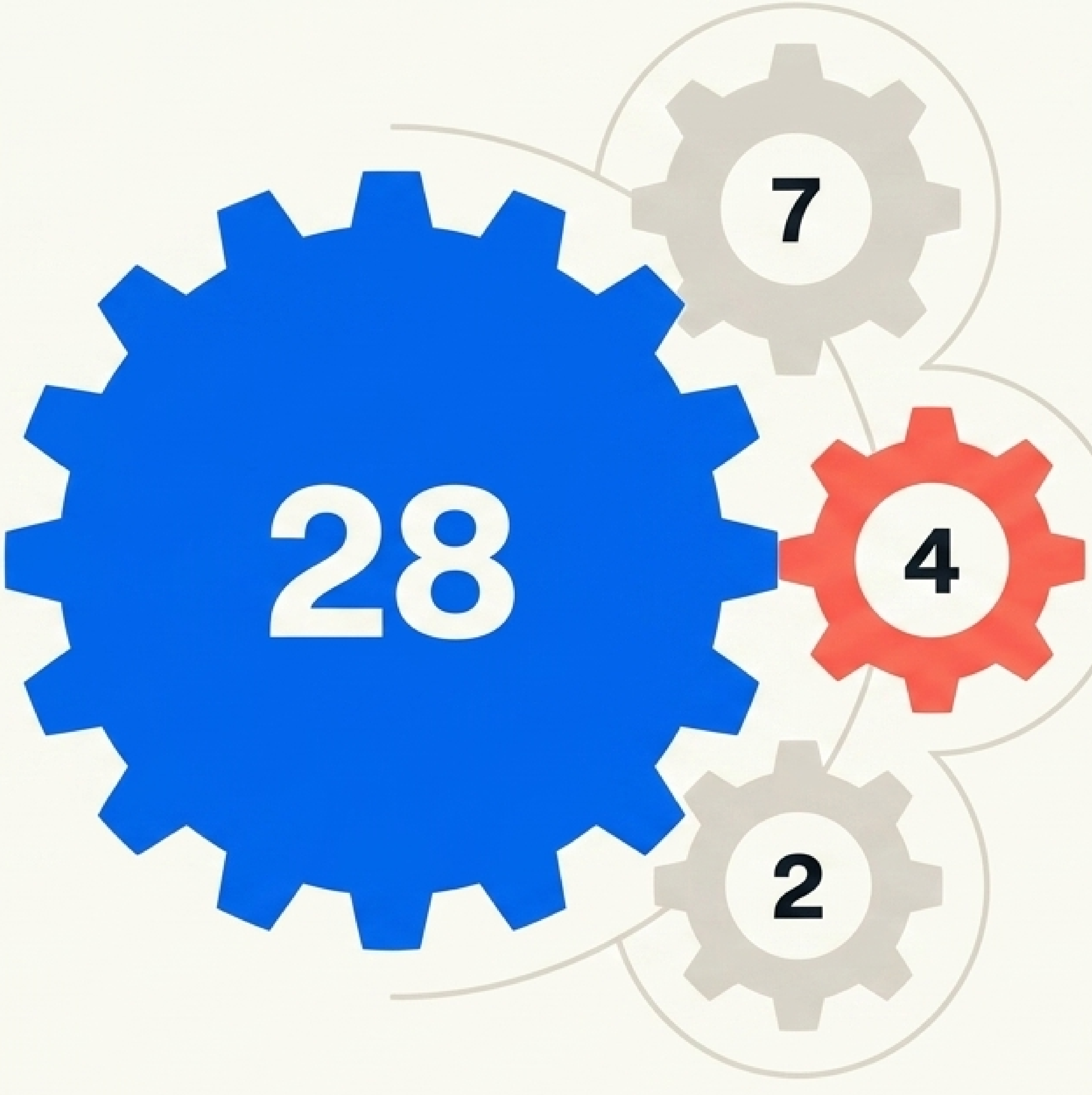
No podemos sumar "séptimos", "cuartos" y "medios" directamente. Al tener distintos tamaños, es como intentar sumar manzanas con naranjas. Necesitamos encontrar un lenguaje común.

La herramienta clave: El m.c.m.

Para operar fracciones con distinto denominador, primero debemos expresarlas con un **mínimo común denominador.**

Cómo funciona:
Utilizamos el **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de los denominadores. Esto nos permite **"amplificar" cada fracción** sin **cambiar** su valor real, transformándolas a un tamaño de porción idéntico.

Para nuestros denominadores (7, 4, 2), el m.c.m. es 28.



El algoritmo de resolución en 3 pasos

Paso 1: Hallar el m.c.m.

Identifica los denominadores (7, 4, 2).
Calcula su mínimo común múltiplo:
m.c.m. = 28.

Paso 2: Amplificar

Multiplica cada **numerador** por el mismo factor que convirtió su denominador a 28.

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \times 4}{7 \times 4} = \frac{24}{28}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 7}{4 \times 7} = \frac{7}{28}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 14}{2 \times 14} = \frac{14}{28}$$

Paso 3: Operar

Ahora que todas tienen el mismo denominador (**28**), aplica la **"Regla Fundamental"** y opera solo los **numeradores**.

Completando la operación

Ecuación original:

$$\frac{6}{7} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

Ecuación equivalente unificada (m.c.m. 28):

$$\frac{24}{28} + \frac{7}{28} - \frac{14}{28}$$

$$\frac{24 + 7 - 14}{28} = \boxed{\frac{17}{28}}$$

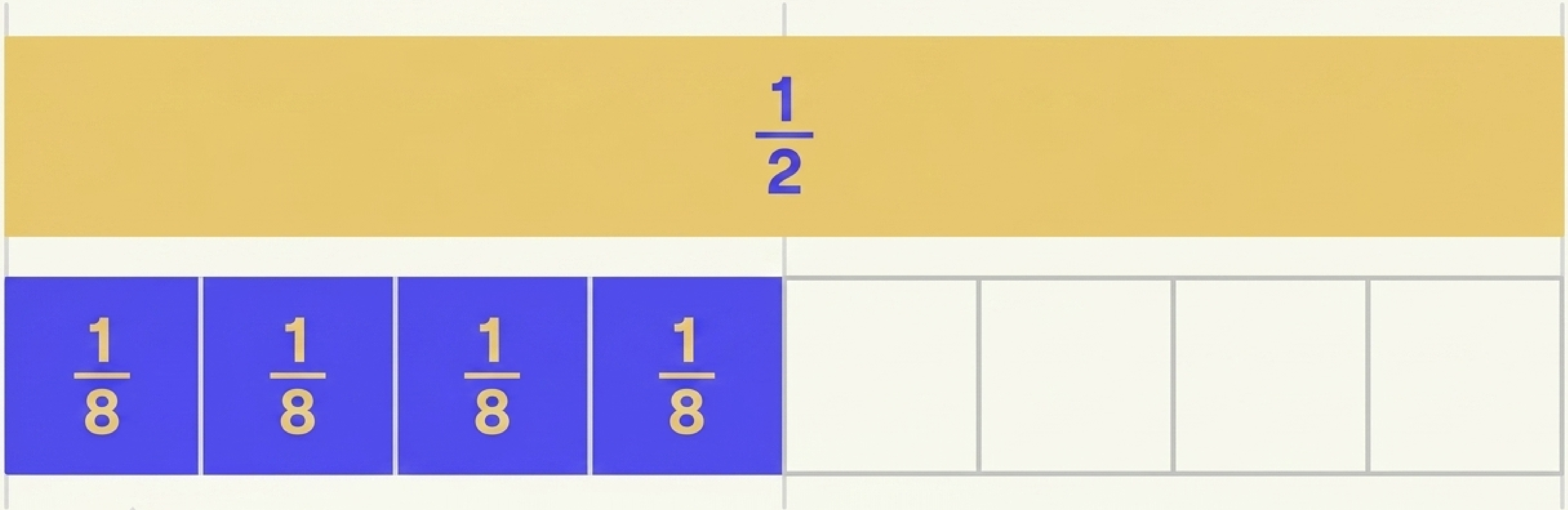
Al unificar los denominadores, el problema más complejo vuelve a ser tan fácil como nuestro primer ejercicio.

Matriz de Decisión: ¿Qué método debo usar?

Caso A: Mismo Denominador	Caso B: Distinto Denominador
¿Requiere m.c.m.? No	¿Requiere m.c.m.? Sí
Acción principal Mantén el denominador intacto, suma o resta los numeradores directamente.	**Acción principal** Encuentra el m.c.m., amplifica cada fracción a ese denominador, y luego opera numeradores.
Ejemplo rápido $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$	**Ejemplo rápido** $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

Taller de Razonamiento Visual

Observa los bloques. ¿Cuántos "octavos" (1/8) se deben sumar para obtener exactamente "un medio" (1/2)?

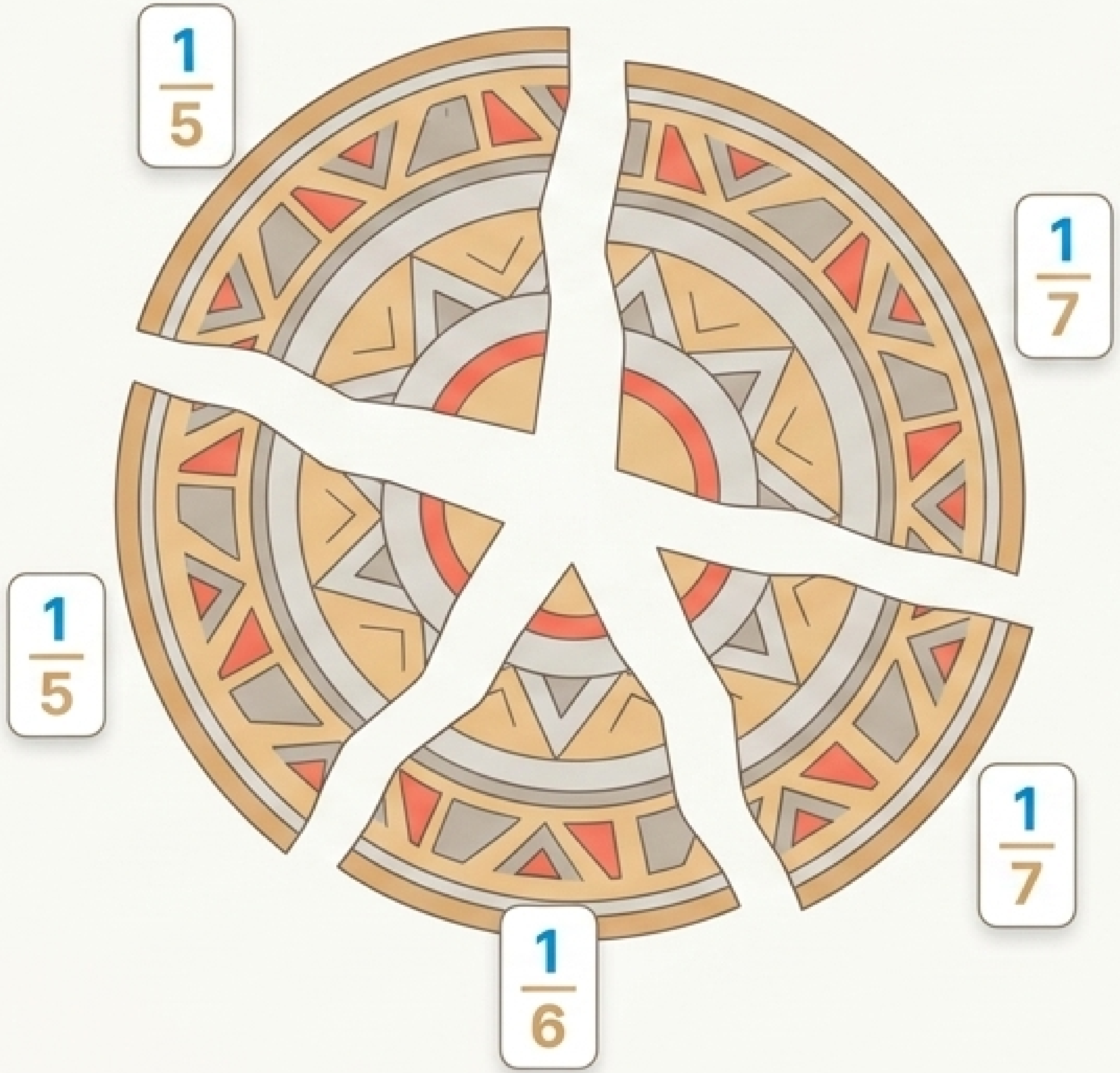


Visualmente comprobamos que se requieren exactamente 4 bloques.

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$. Al simplificar $\frac{4}{8}$ obtenemos $\frac{1}{2}$.

Resolución de Problemas: El Plato Antiguo

Un arqueólogo encontró cinco partes de un plato antiguo: 1/5, 1/7, 1/5, 1/6, y 1/7. ¿Logró reconstruir el plato completo?



Agrupar

Agrupa los denominadores iguales para simplificar el cálculo inicial:

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ — $\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{5}$

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ — $\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\right)=\frac{2}{7}$

Siguiente Paso

Ahora, aplica el algoritmo del m.c.m. a las partes resultantes ($\frac{2}{5}+\frac{2}{7}+\frac{1}{6}$). Si el resultado suma 1 entero, el plato está completo.

Aplicaciones Cotidianas

Consumo de Agua

Jaime llena un recipiente con 2/7 de galón de agua. Se usa 1/4 de galón para regar. ¿Cuánta agua quedó?

Operación: $\frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

m.c.m. (7,4) = 28 $\rightarrow \frac{8}{28} - \frac{7}{28} = \frac{1}{28}$ galón restante

Reciclaje

Se recolectaron 86/10 libras de papel en enero y 54/10 libras en febrero. ¿Cuánto más se recolectó en enero?

Operación: $\frac{86}{10} - \frac{54}{10} = \frac{32}{10}$

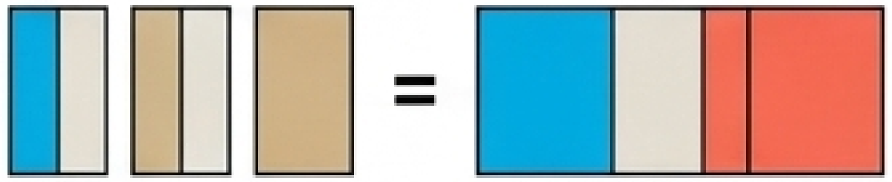
Respuesta: $\frac{32}{10}$ libras más (Mismo denominador, resolución directa).

Reto Final:
El Inventario del Almacén

En un almacén hay 360 pares de zapatos.
1/5 son para mujer y 2/9 para hombre.
El resto son para niños.

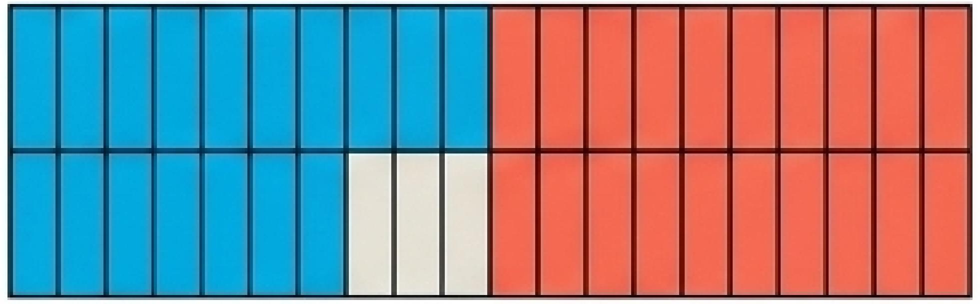
1 **¿Qué fracción representan adultos?**

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{9} = \frac{9}{45} + \frac{10}{45} = \frac{19}{45}$$



2 **¿Qué fracción representa a los niños?**

$$\text{Total } \frac{45}{45} - \text{Adultos } \frac{19}{45} = \frac{26}{45}$$



3 **¿Cuántos pares son de mujer y de hombre?**

- Mujer: $\frac{1}{5}$ de 360 = **72 pares**
- Hombre: $\frac{2}{9}$ de 360 = **80 pares**