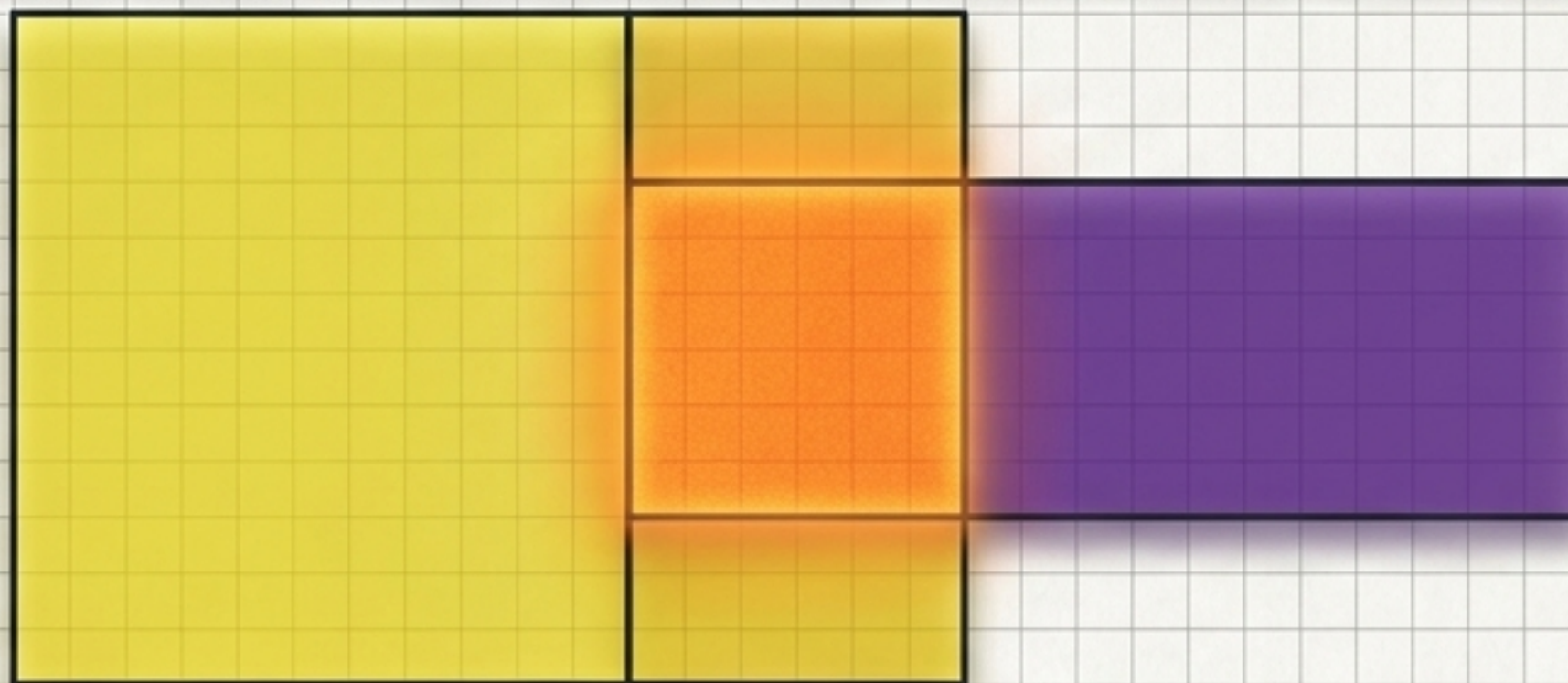


El lienzo geométrico: Visualizando la multiplicación y división de fracciones



De problemas cotidianos a modelos espaciales y reglas matemáticas.

La suma repetida evoluciona hacia la multiplicación.

Luis, Santiago y Julia se comen, cada uno, dos tercios de libra de arroz. ¿Cuántas libras consumen entre los tres?



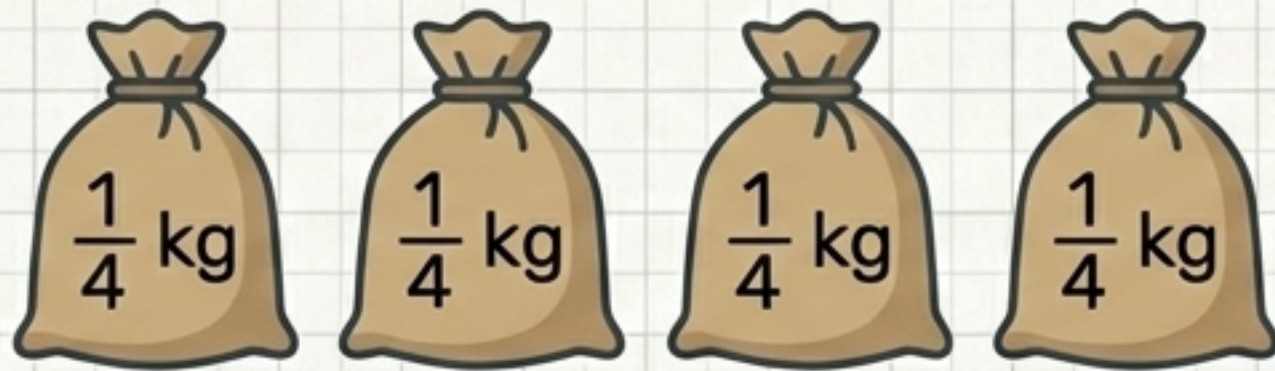
$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2+2+2}{3} = \frac{6}{3}$$



Multiplicar por un número entero es simplemente acelerar la suma.
(Entre los tres comieron 2 libras de arroz).

Multiplicar fracciones por números naturales mantiene el denominador intacto.

Las papas de Miriam



$$4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ kilogramo.}$$

Las partes forman un todo.

Las canicas de Lucas

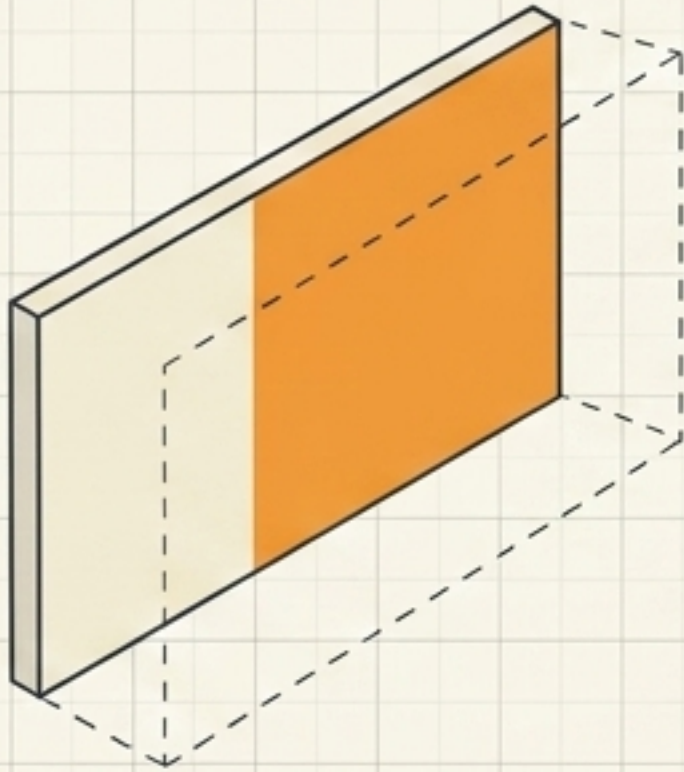


$$12 \times \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ canicas.}$$

Fraccionando un conjunto.

Para multiplicar una fracción por un número natural, se multiplica el numerador por el número natural y se deja el mismo denominador.

Cuando las partes interactúan con otras partes: El dilema del pintor.



Se necesitan $\frac{4}{5}$ de litro de pintura para pintar un metro cuadrado de pared. Si queremos pintar $\frac{2}{3}$ de metro cuadrado, ¿cuánta pintura necesitamos?

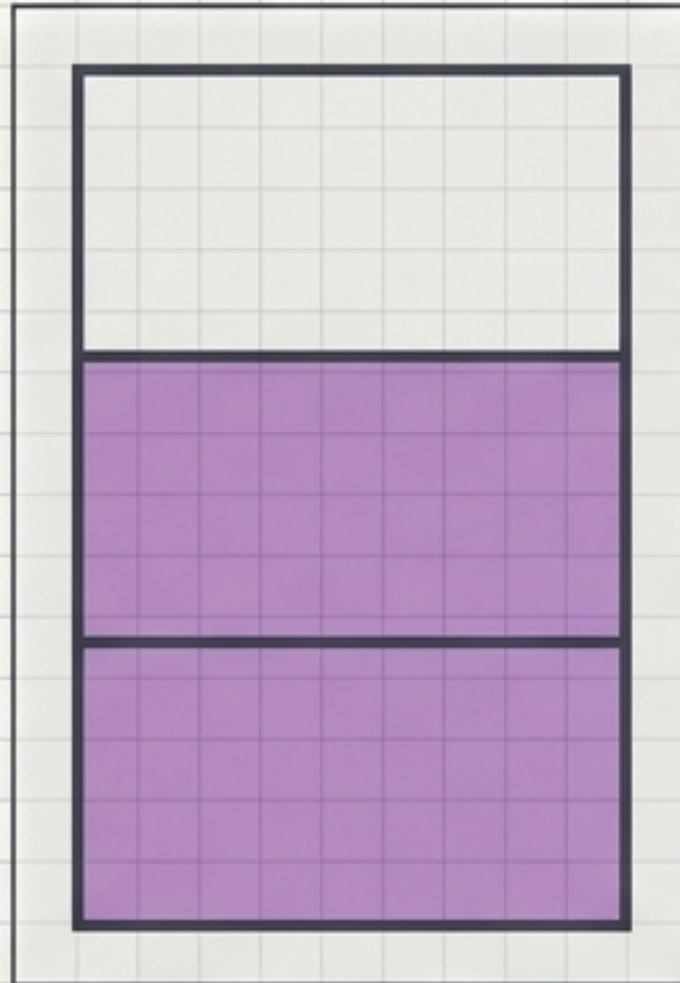
$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

El producto de dos fracciones es otra fracción.

- **Numerador:** Es el producto de los numeradores. ($4 \times 2 = 8$)
- **Denominador:** Es el producto de los denominadores. ($5 \times 3 = 15$)

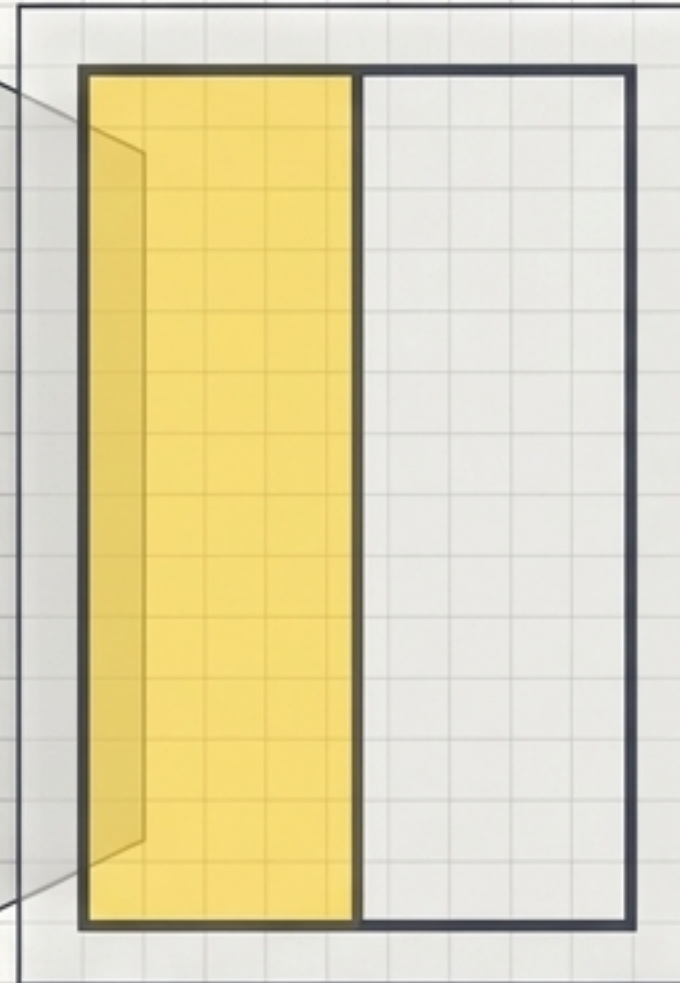
El modelo de intersección: Ver para multiplicar.

Dividir en Tercios



$\frac{2}{3}$

Dividir en Medios



$\frac{1}{2}$

La Fusión



$1 \times 2 = 2$
(Numerador: El área compartida).

$2 \times 3 = 6$
(Denominador: Las subdivisiones totales).

$\frac{2}{6}$

El producto de dos fracciones es otra fracción.

● **Numerador:** Es el producto de los numeradores. ($1 \times 2 = 2$)

● **Denominador:** Es el producto de los denominadores. ($2 \times 3 = 6$)

La regla de la división: El mecanismo de inversión.

El **cociente** de dos fracciones se obtiene como el **producto** del **dividendo** por la inversa de la segunda fracción (divisor).

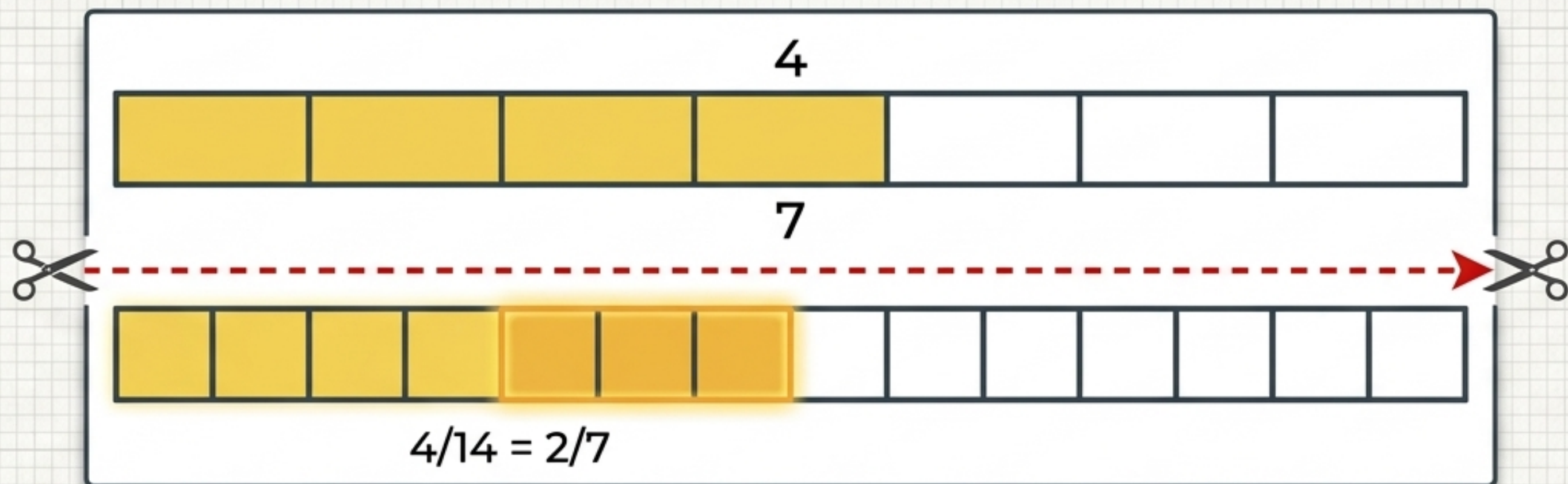
The diagram illustrates the rule of division for fractions through a three-part sequence:

- Left Panel:** Shows the division of two fractions: $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D}$. The numerator A and denominator B are yellow, while the numerator C and denominator D are purple.
- Middle Panel:** Shows the operation symbols \div and \times with arrows indicating the transformation. A curved arrow points from the division symbol to the multiplication symbol, and another curved arrow points from the denominator D of the second fraction to the multiplication symbol.
- Right Panel:** Shows the resulting multiplication: $\frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$. The numerator A and denominator B are yellow, while the numerator D and denominator C are purple.

*¿Por qué dividir es igual a multiplicar por el inverso?
(Descúbrelo en la siguiente vista espacial...)*

La prueba espacial: Dividir es fraccionar la fracción.

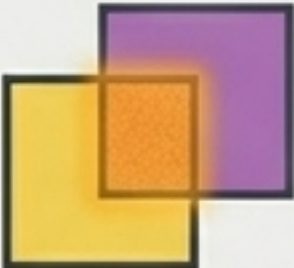

$$\frac{4}{7} \div 2$$



Cortar a la mitad ($\div 2$) es geoméricamente idéntico a tomar la mitad de un objeto ($\times 1/2$).

$$\frac{4}{7} \div \frac{2}{1} = \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Matriz de operaciones: Multiplicación vs. División.

Multiplicación	División
El Objetivo Encontrar una parte de otra parte.	El Objetivo Determinar cuántas veces cabe una fracción en otra, o repartir una fracción.
La Regla Matemática Multiplicación directa (Numerador \times Numerador, Denominador \times Denominador).	La Regla Matemática Multiplicación cruzada (Multiplicar por la fracción inversa).
La Metáfora Gráfica Intersección (Superposición de áreas). 	La Metáfora Gráfica Disección (Cortar o rebanar áreas existentes). 
Aplicación Práctica El pintor (Calculando área de pintura necesaria).	Aplicación Práctica Jaime el trabajador (Si hizo $1/4$ del trabajo en 6 horas, el total es $6 \div 1/4 = 24$ horas).

La cascada matemática: Resolviendo sistemas complejos.

Orden: 1. Paréntesis → 2. Multiplicación/División → 3. Adición/Sustracción

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{4}{20} + \frac{15}{20}\right) = \frac{19}{20}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{19}{20} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{19}{20} \times \frac{4}{1}$$

$$\frac{76}{20} = \frac{19}{5}$$

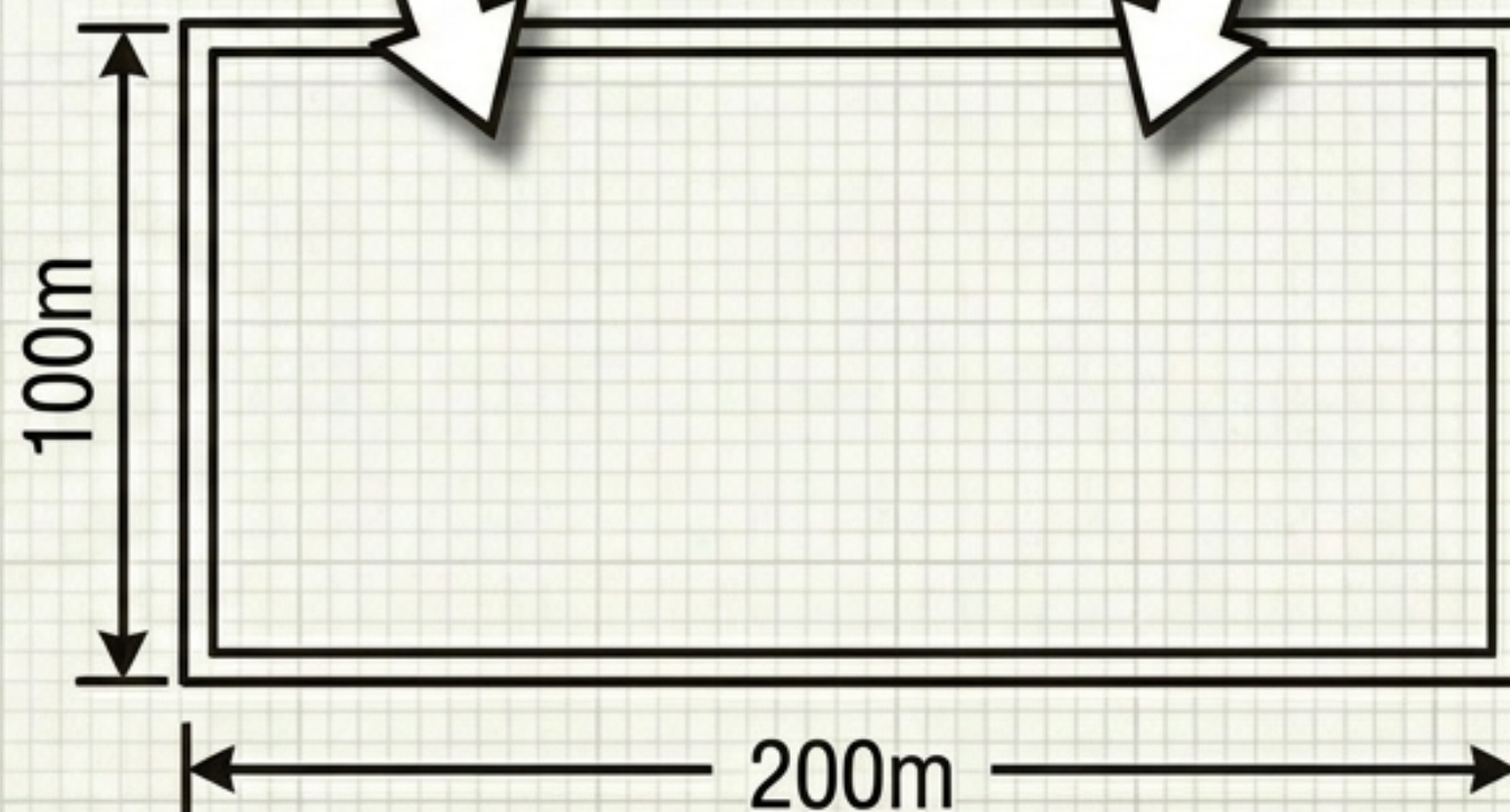
El rompecabezas espacial: El terreno del campesino.

Un campesino tiene un terreno rectangular.

1. La mitad está dedicada a hortalizas.
2. La mitad de las hortalizas está sembrada con legumbres.
3. La mitad de las legumbres está sembrada con zanahorias.

¿Qué fracción del terreno está sembrado con legumbres?

¿Qué fracción del terreno está sembrado con zanahorias?



Cartografía fraccional: Calculando la cosecha final.

Secuencia de cálculo

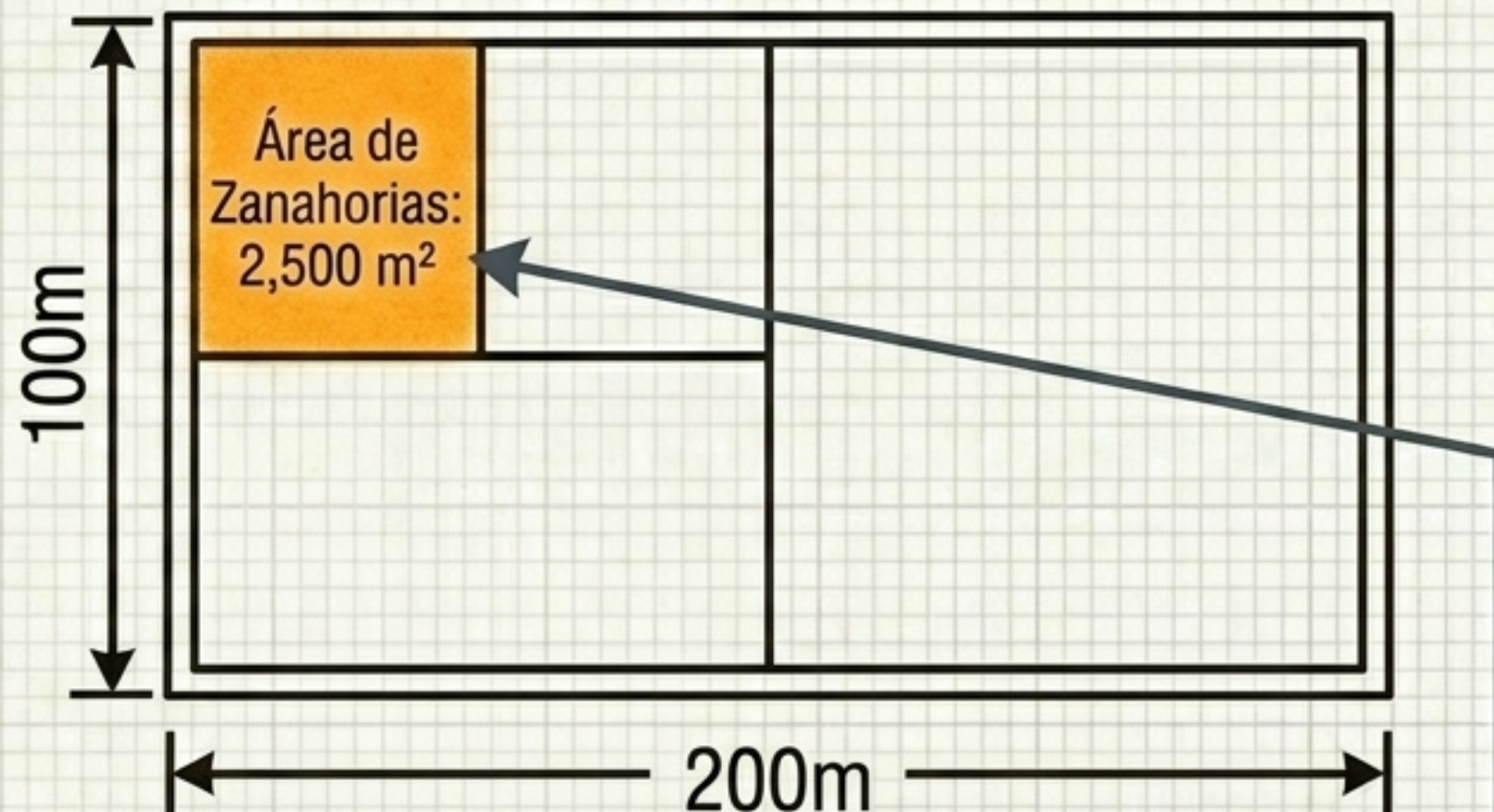
Terreno total = 1

$$\text{Hortalizas} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Legumbres} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ del total}$$

$$\text{Zanahorias} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \text{ del total}$$

Resolvado arquitectura de área m²



Cálculo del Área Total: $200\text{m} \times 100\text{m} = 20,000 \text{ m}^2$

La operación final: $20,000 \times \frac{1}{8} = 2,500 \text{ m}^2$