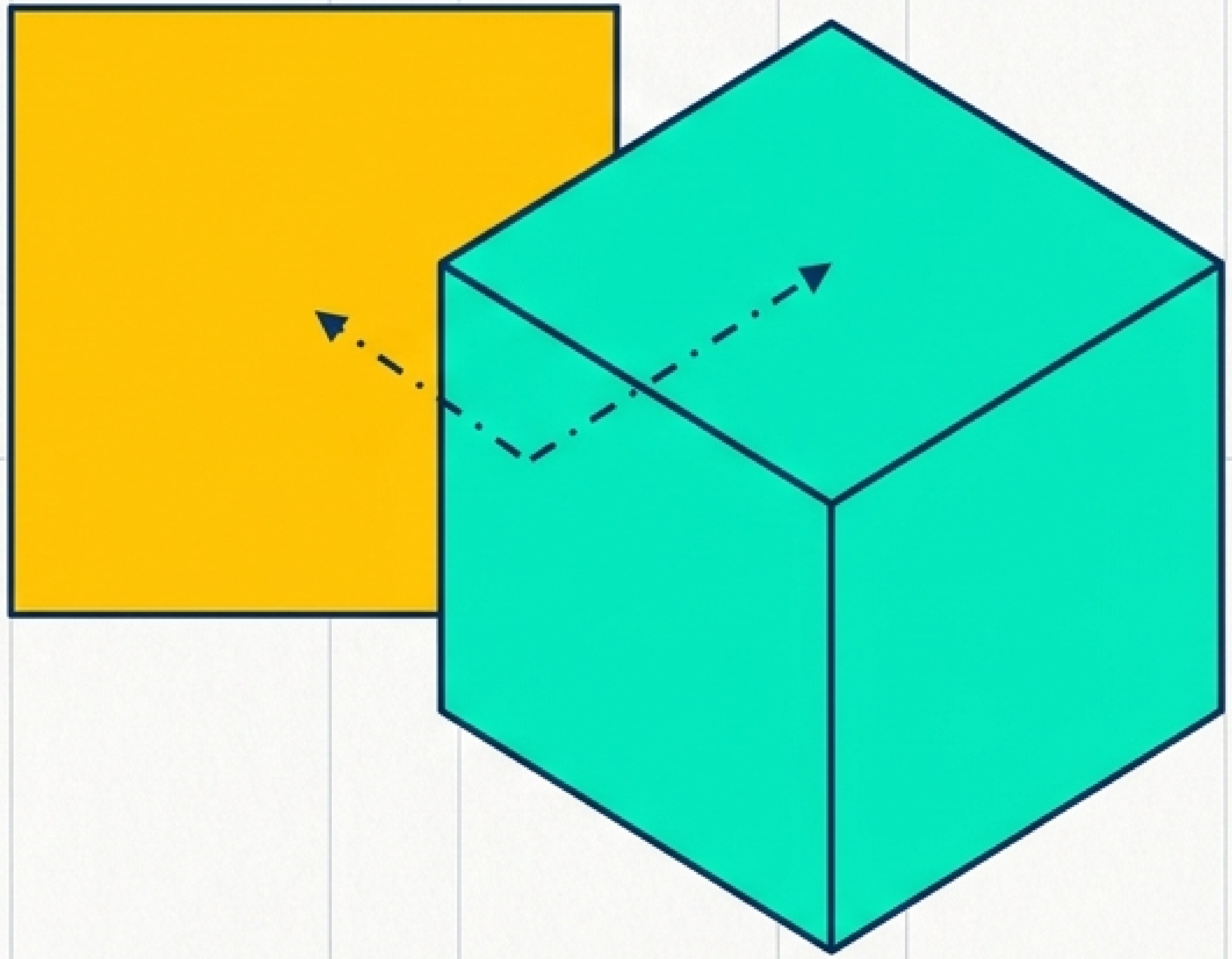
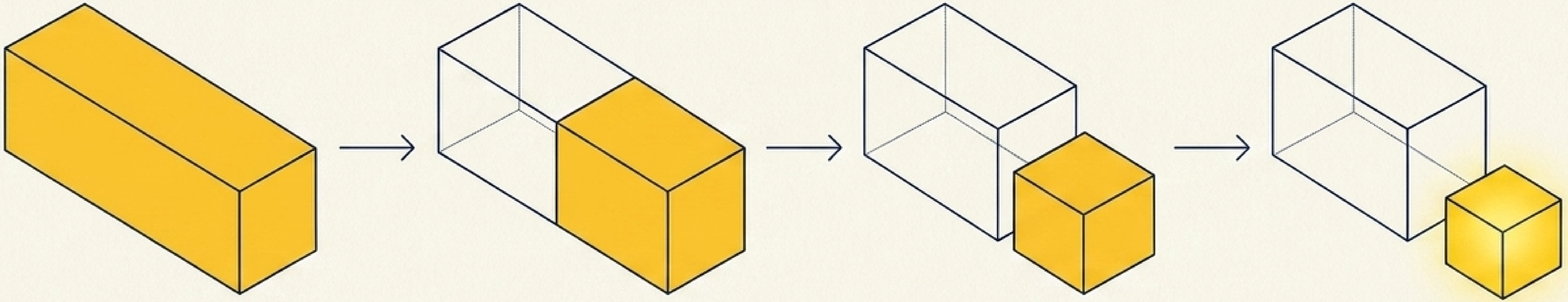
Potencia y Raíz de una Fracción

De la realidad física a la arquitectura matemática.





Paso 0	Paso 1	Paso 2	Paso 3
1 (Barra entera)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

El acto físico de cortar repetidamente crea una nueva necesidad matemática: la potenciación.

Anatomía de una Potencia

El Exponente
La cantidad de veces que se ejecuta la acción.

La Base
La fracción que se repite.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$$

La Potencia
El resultado final.

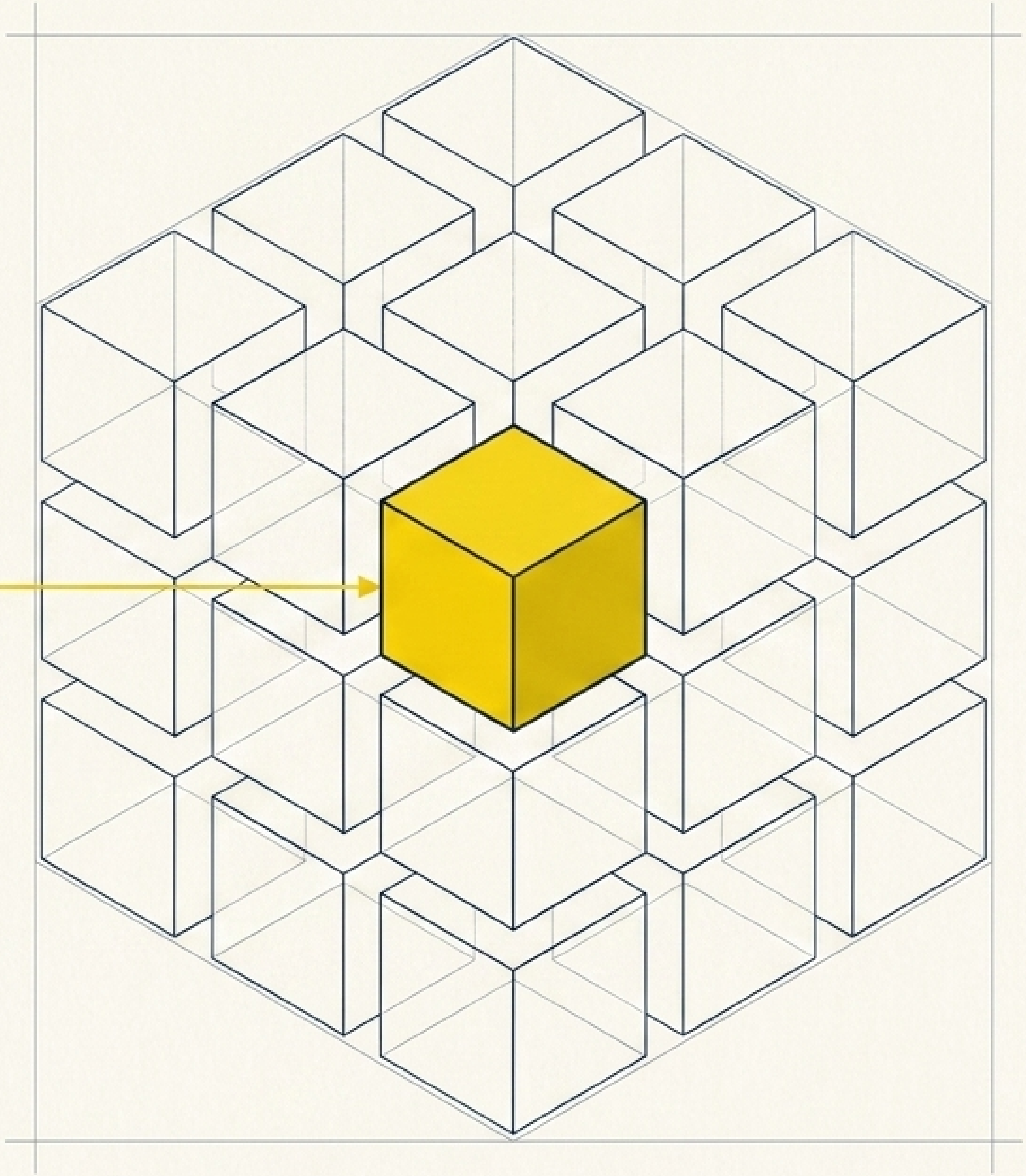
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

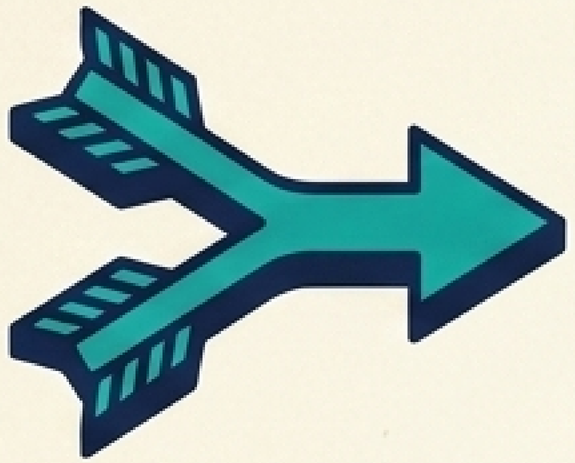
Expansión Dimensional

Para calcular el volumen de un cubo con arista de 1/3 m, utilizamos la potenciación en tres dimensiones.

$$V = a^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$V = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{27} m^3$$

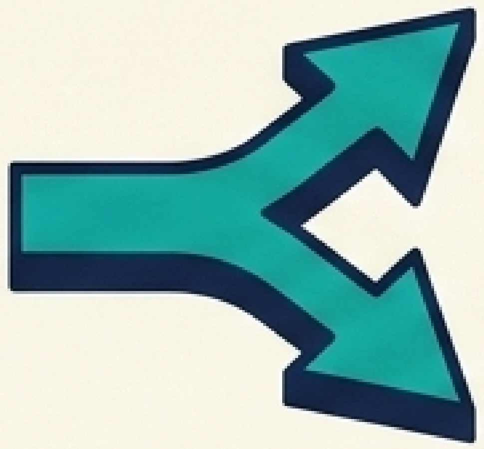




Producto de potencias de igual base

Se suman los exponentes.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3+2} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$



Cociente de potencias de igual base

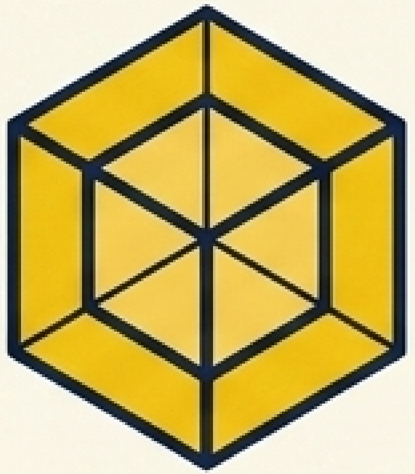
Se restan los exponentes.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

Potencia de un producto

El exponente se distribuye.

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{25} = \frac{9}{100}$$

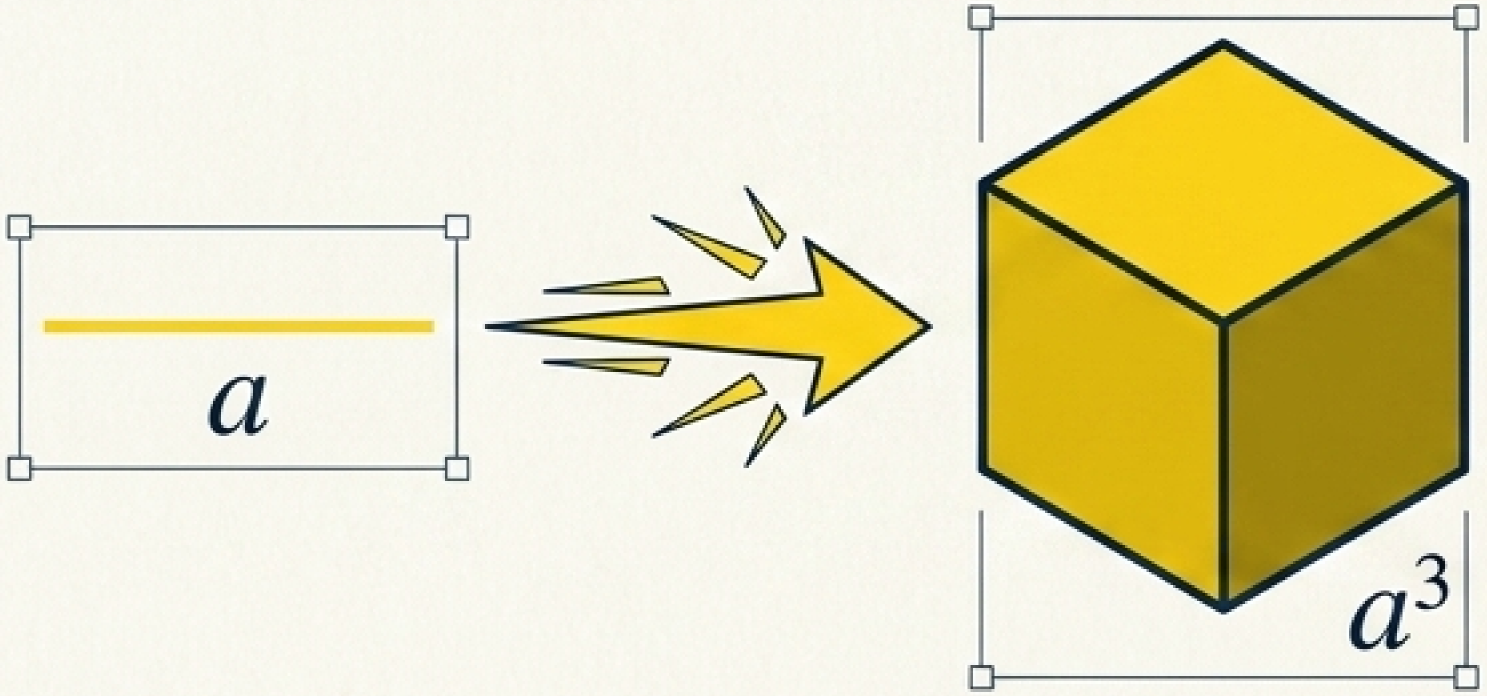


Potencia de una potencia

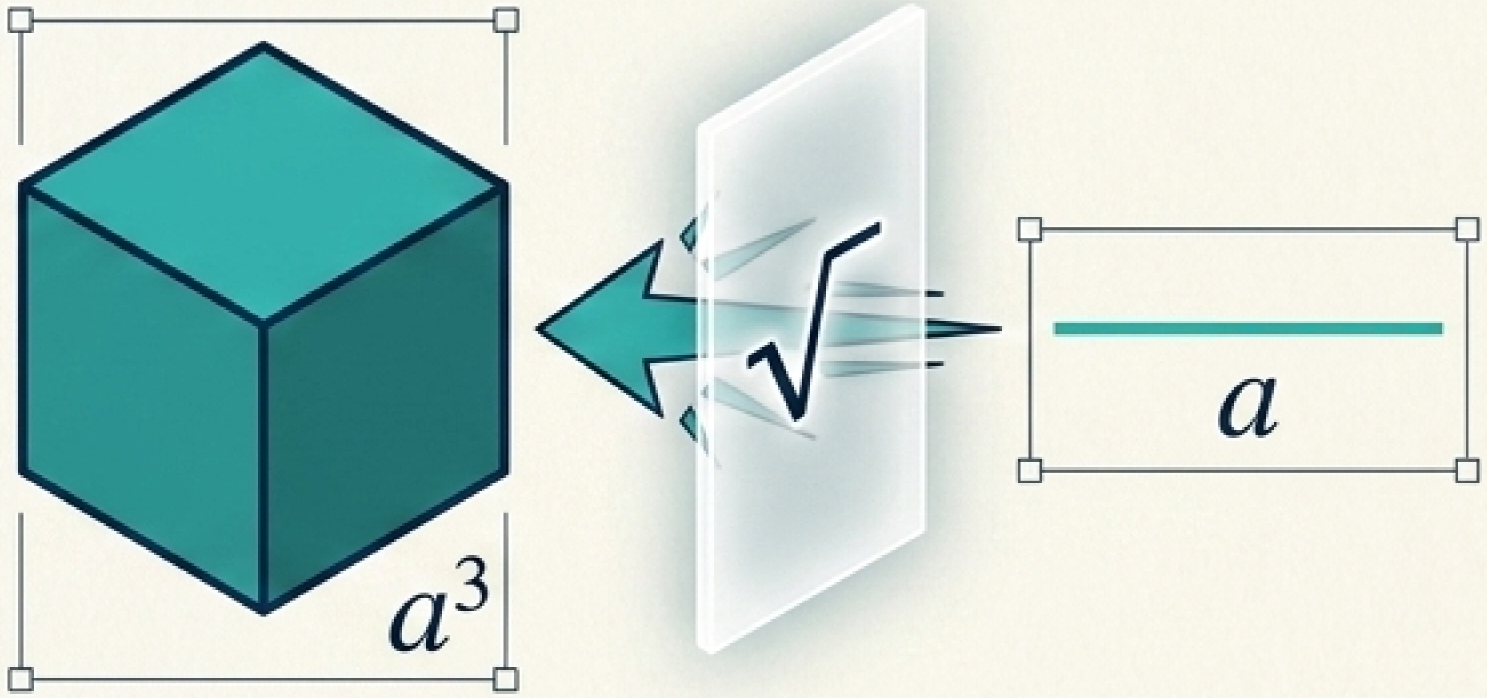
Se multiplican los exponentes.

$$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^{3\cdot 2} = \left(\frac{2}{7}\right)^6$$

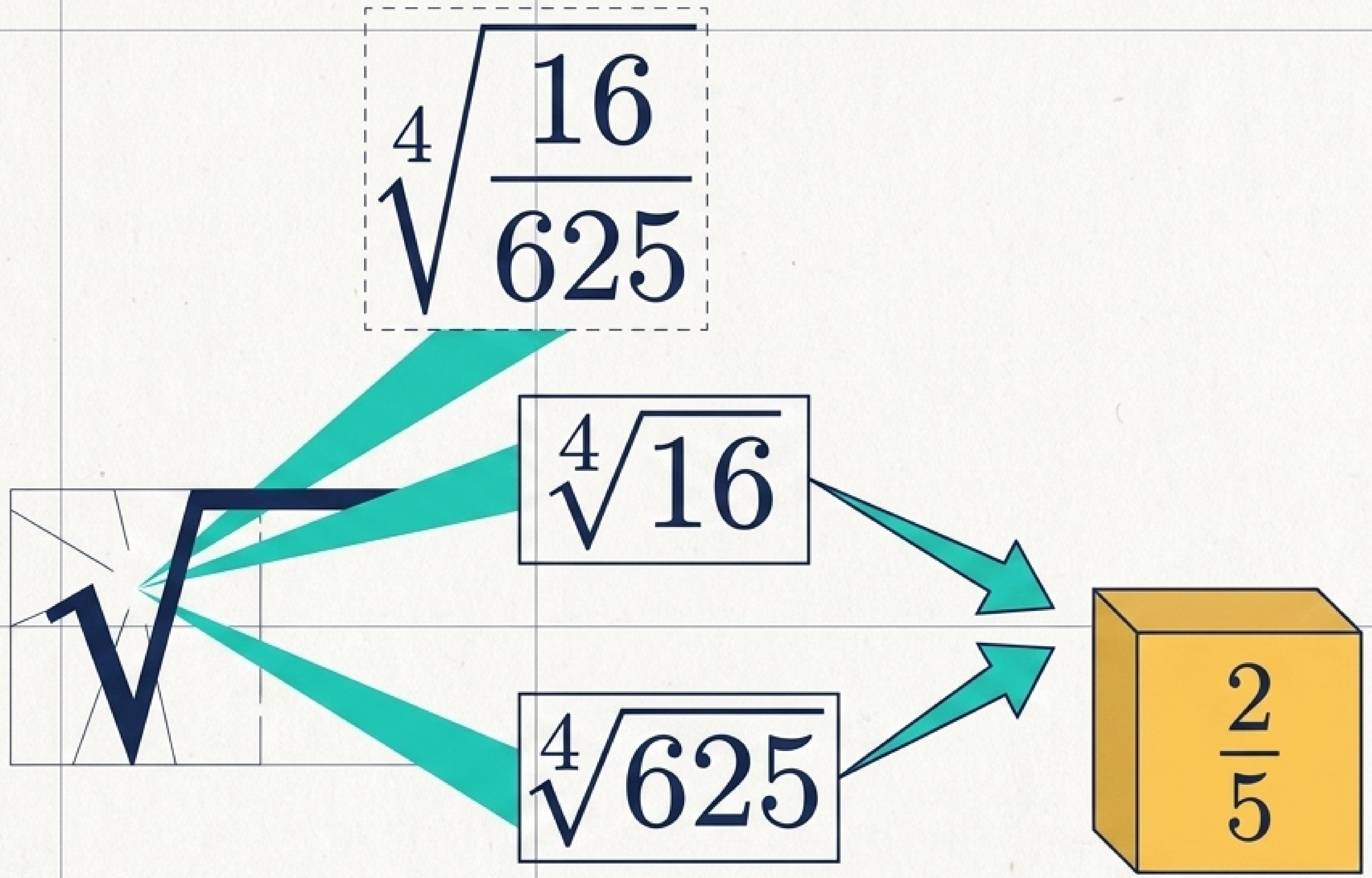
Construcción
(La Potenciación)



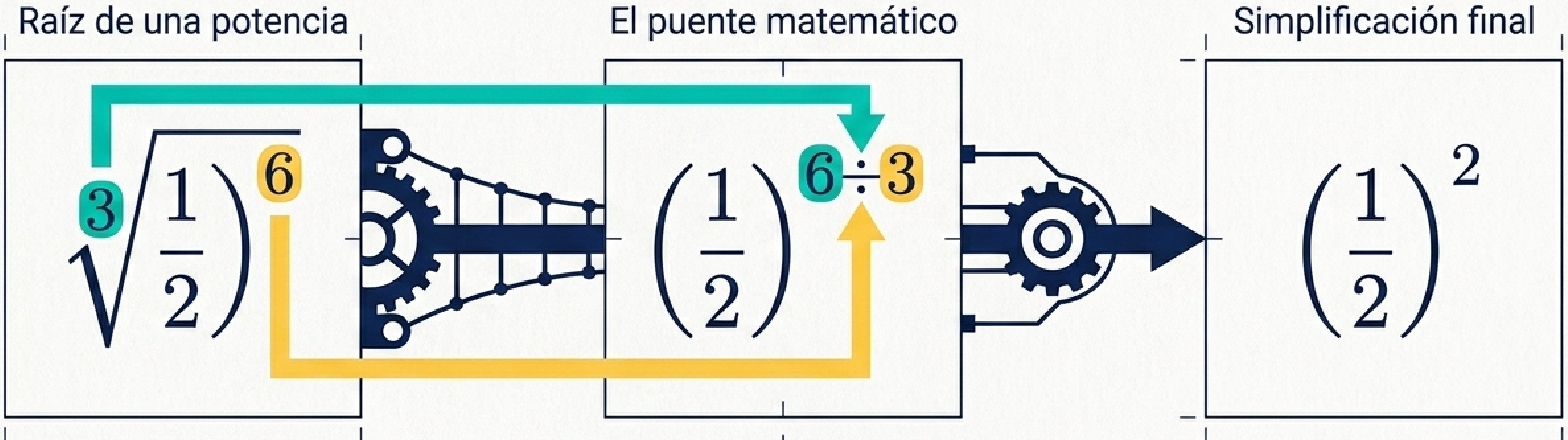
Deconstrucción
(La Radicación)



La radicación es el lente inverso. Extrae la dimensión original a partir de un volumen o área consolidada.

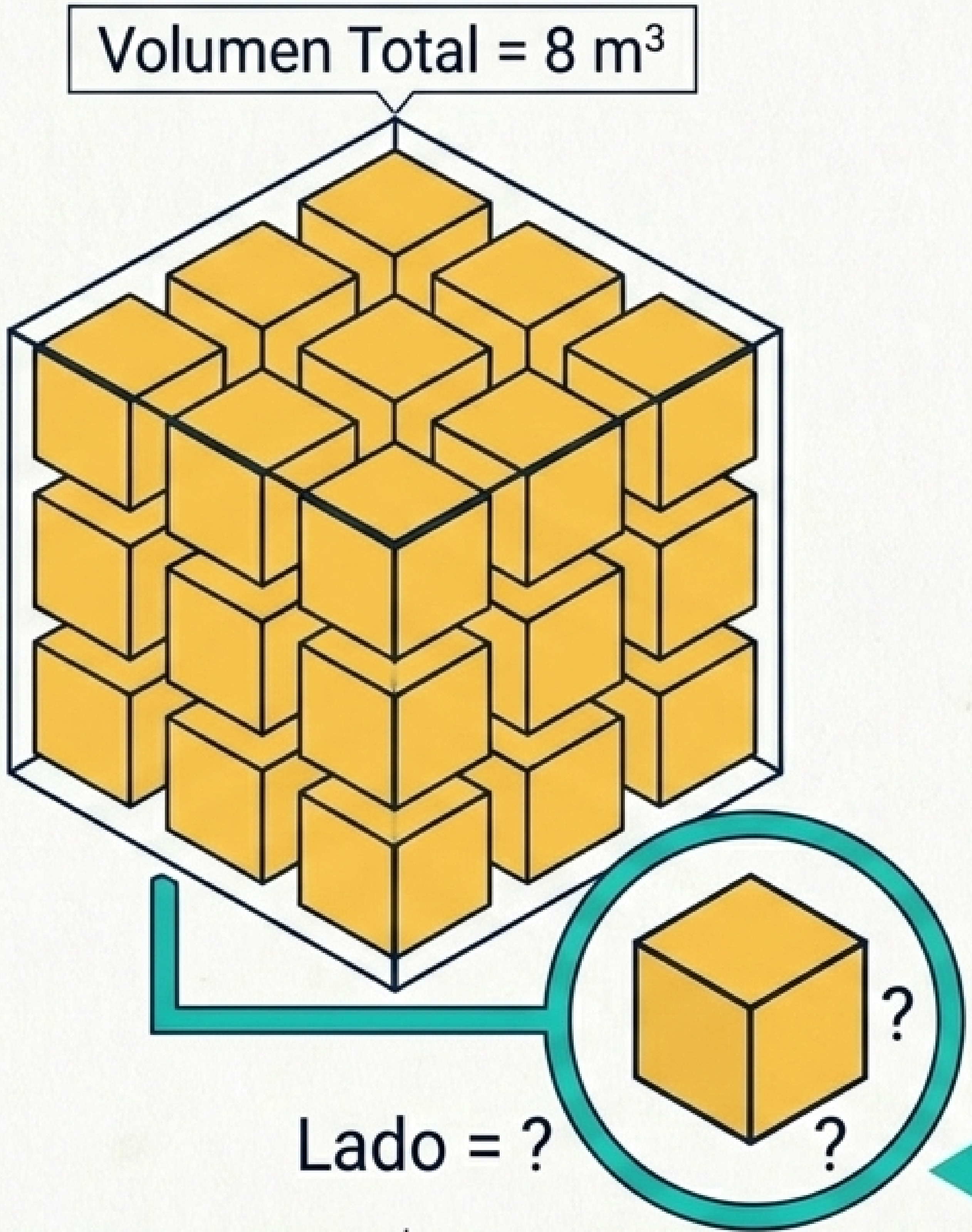


La raíz de una fracción se distribuye geométricamente: se extrae la raíz del numerador y del denominador de forma independiente.



Un exponente atrapado dentro de una raíz se libera mediante la división.

The Schematic



The Solution Engine

Paso 1: Volumen de una caja.

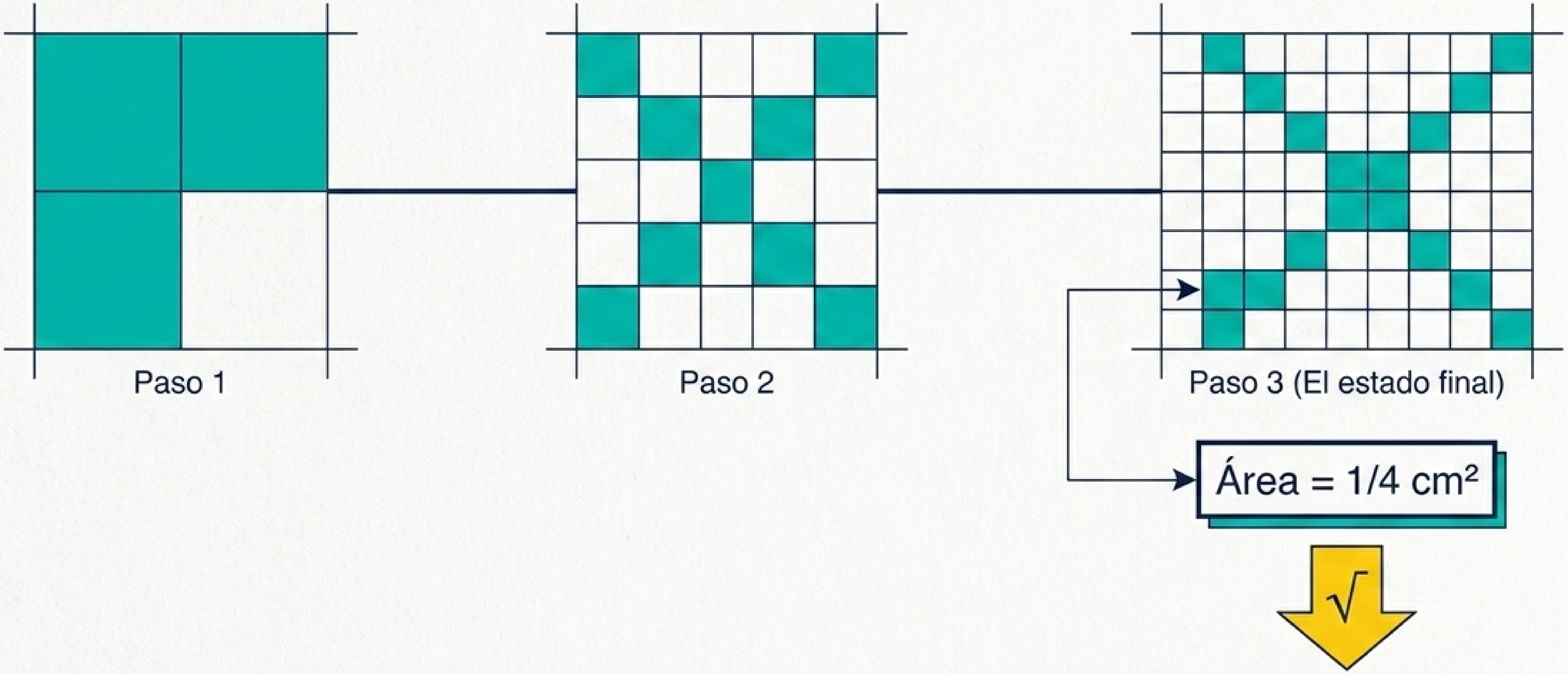
$$8\ \mathrm{m}^3 \div 27\ \text{cajas} = \frac{8}{27}\ \mathrm{m}^3\ \text{por caja.}$$

Paso 2: Aplicar radicación.

Para hallar el lado de una caja cúbica, aplicamos la raíz cúbica al volumen individual.

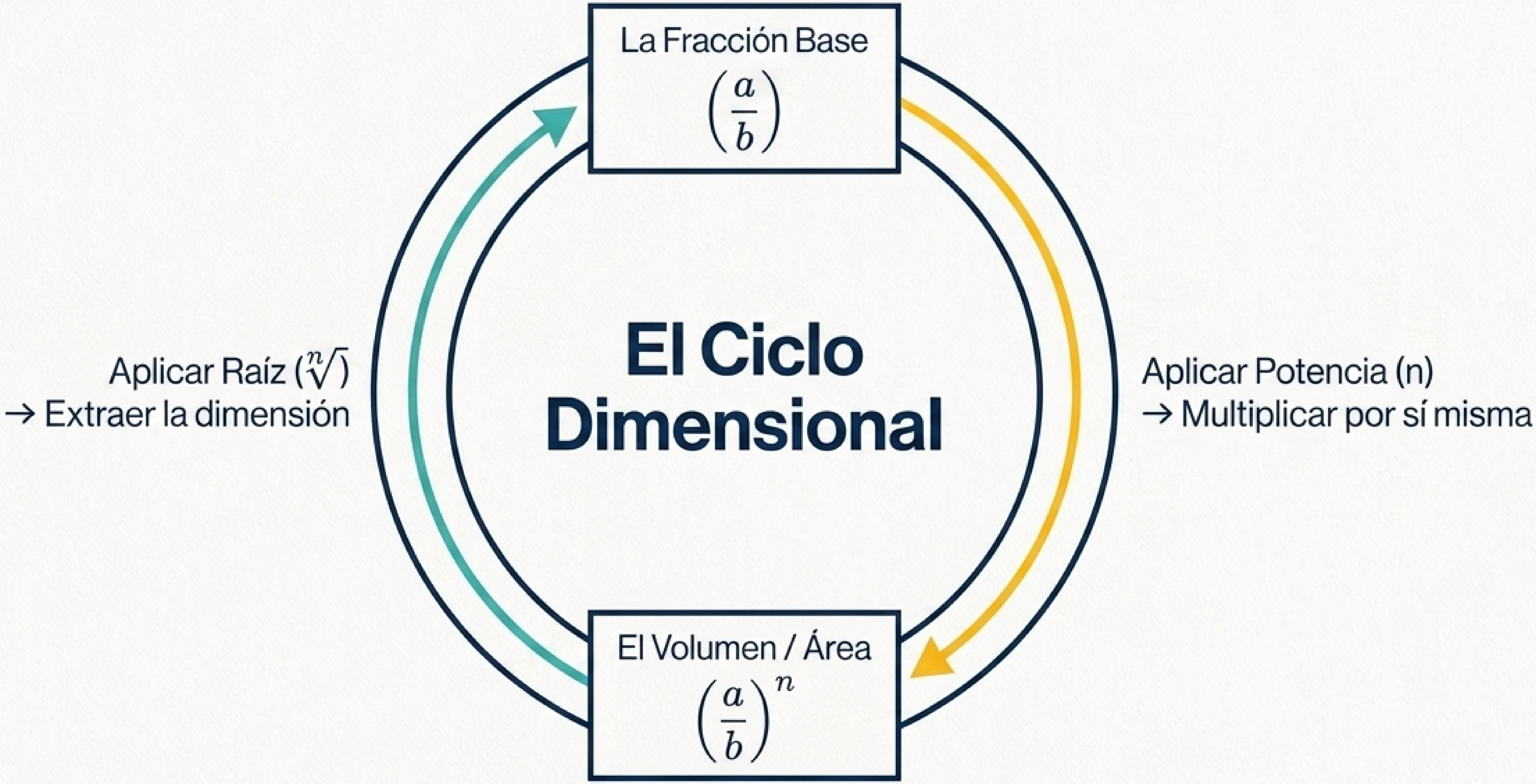
Paso 3: Cálculo.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}\ \mathrm{m}.$$



Resultado: Lado $= \sqrt{(1/4)} = 1/2$ cm

Al conocer el área (1/4), usamos la raíz cuadrada para “desplegar” el cuadrado hacia su dimensión original de 1/2 cm por lado.



La potenciación construye la realidad física; la radicación la decodifica.